

Fourier-analyysi, I/21, Laskuharjoitus 11.

Tarkastellaan signaaleja $s, w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$. Signaalin s w -ikkunoiitu Fourier-muunnos on $F(s, w) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, missä

$$F(s, w)(t, \nu) := \int_{\mathbb{R}} s(u) \overline{w(u-t)} e^{-i2\pi u \nu} du,$$

ja signaalin vastaava w -spektrogrammi on $|F(s, w)|^2 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$.

Harjoitustehtäviä lasketaan paikalla harjoituksessa. Muista vastata kurssipalautekyselyyn (1p.).

Harjoitustehtävä 11.1. Laadi taulukko, jonka sarakkeina ovat luvut muotoa n , $n \log_{10}(n)$, n^2 ja $n^2/(n \log_{10}(n))$, missä taulukon riveinä ovat tapaukset

$$n \in \{10^1, 10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6\}.$$

(Opetus: FFT on todella nopea tapa laskea DFT.)

Harjoitustehtävä 11.2. Tarkastellaan polynomeja p, q , missä

$$p(x) = \sum_{k=0}^m a_k x^k, \quad q(x) = \sum_{k=0}^n b_k x^k.$$

Selitä, kuinka voidaan toteuttaa polynomien kertolasku nopeasti (konvoluution ja FFT:n avulla).

Harjoitustehtävä 11.3. Selitä, kuinka voidaan toteuttaa ”suurten kokonaislukujen” kertolasku nopeasti (konvoluution ja FFT:n avulla).

Harjoitustehtävä 11.4. Olkoon δ_p Dirac-delta hetkellä $p \in \mathbb{R}$ ja $e_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, missä $e_\alpha(t) = e^{i2\pi t \cdot \alpha}$. Miten ikkunan w valinta näkyy signaalien δ_p, e_α w -ikkunoiduissa Fourier-muunnoksissa ja vastaavissa spektrogrammeissa?

Kotitehtävä 11.1. Vastaa kurssin palautekyselyyn. Palautelinkki lähetetään sähköpostilla. Palaute on anonyymi (mutta pistekirjausta varten kurssin henkilökunta saa lopulta kaikkien vastanneiden nimilistan).