

# Diskretointi

- Olkoon annettuna jatkuva-aikainen malli

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

$$y(t) = h(x(t), u(t))$$

- ja tarkastellaan diskreettiaikaista mallia

$$x(t_{k+1}) = F(x(t_k), u(t_k))$$

$$y(t_k) = H(x(t_k), u(t_k))$$

- Miten F ja H tulisi valita, jotta diskreettiaikainen malli kuvaisi diskretointipisteissä jatkuva-aikaista mallia mahdollisimman hyvin?
- Euler, Runge-Kutta –menetelmät, yms...

# Eulerin menetelmä

- Tarkastellaan jatkuva-aikaista mallia ajanhetkillä  $t_k = kT$ ,  $k=0,1,2,3,\dots$
- Integroidaan malli välin  $[t_k, t_{k+1}]$  yli

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{x}(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau)) d\tau$$

- Miten approksimoidaan integraalia? Euler, Runge-Kutta-menetelmät yms. yms.
- Approksimoidaan tilan aikaderivaattaa Eulerilla

$$\dot{\mathbf{x}}(t_k) \approx \frac{\mathbf{x}(t_{k+1}) - \mathbf{x}(t_k)}{T}, \quad \frac{\mathbf{x}(t_{k+1}) - \mathbf{x}(t_k)}{T} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}(t_k))$$

josta saadaan tilayhtälö

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{x}(t_k) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}(t_k))T$$

ja ulostuloyhtälö

$$\mathbf{y}(t_k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}(t_k))$$

# Lineaarinen järjestelmä, paloittain vakio ohjaus

- Tarkastellaan lineaarista jatkuva-aikaista mallia

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t)$$

ja oletetaan, että ohjaus on vakio kullakin aikavälillä  $[kT, (k+1)T]$ ,  
i.e.,  $u(t) = u(kT)$ ,  $kT \leq t \leq (k+1)T$ ,  $k=0,1,2,3,\dots$

- Jatkuva-aikaista mallia vastaa tarkasti diskreettiaikainen malli

$$\mathbf{x}((k+1)T) = \mathbf{F}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{G}u(kT)$$

$$\mathbf{y}(kT) = \mathbf{C}\mathbf{x}(kT) + \mathbf{D}u(kT)$$

$$\mathbf{F} = e^{\mathbf{A}T} \quad \text{ja} \quad \mathbf{G} = \int_0^T e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} d\tau$$