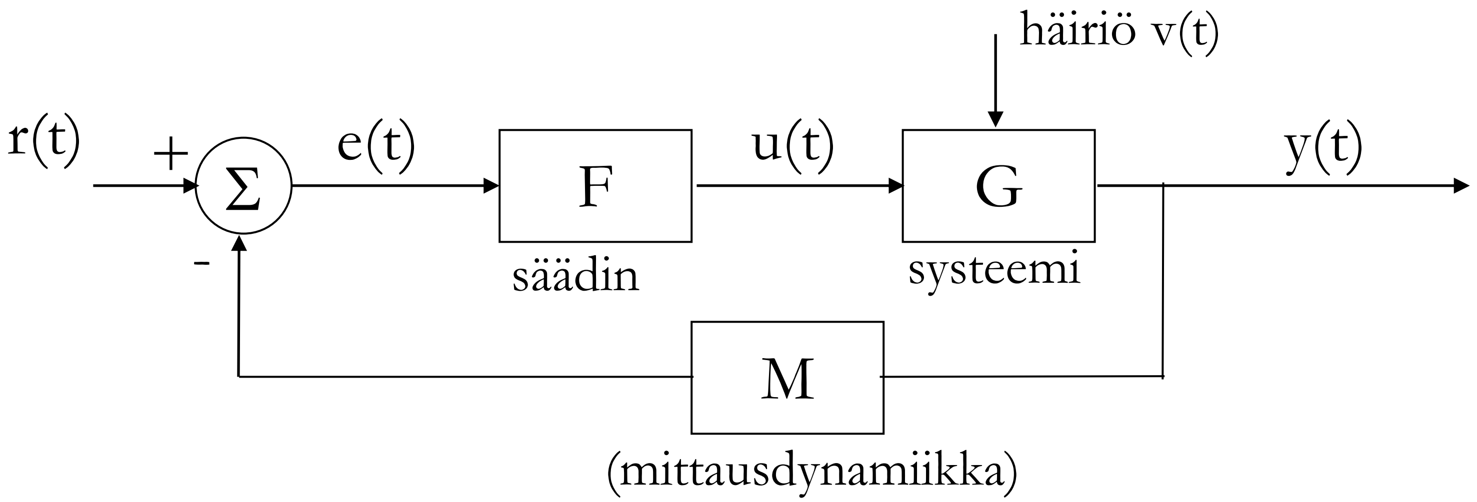
Säätötekniikkaa

- Säätöongelma: Hae (mahdollisesti ulostulon/tilan avulla) ohjaus, joka saa systeemin toimimaan halutulla tavalla
  – servo-ongelma: ulostulon/tilan seurattava referenssisignaalia mahdollisimman tarkasti, esim. teollisuusrobotin asennonsäätö
  – stabilointiongelma: ulostulon/tilan oltava vakio häiriöstä riippumatta, esim. pinnankorkeuden säätö, vaihtovirtageneraattorin kierrosluku
- Ei onnistu ilman että ulostuloa/tilaa hyödynnetään => <u>takaisinkytkentä</u>

Takaisinkytkentä



- Takaisinkytkentä ulostulosta <u>erosuureen</u> e(t) muodossa
  - e(t)=0 => OK! muuten korjaa u(t):tä kunnes e(t)=0
- Säätöongelma: valitse säädin
  - rakenne
  - parametrit

PID-säädin

- P=proportionaalinen, I=integroiva, D=derivoiva
- P-säädin: $u(t)=K_P e(t)$
  - *suhteellinen* takaisinkytkentä
  - yksinkertaisin mahdollinen säädin
- Ongelma: P-säädin ei osaa kompensoida askelmaista häiriötä
  - syntyy pysyvä poikkeama ulostuloon
- Idea: kasvatetaan ohjausta kunnes $e(t)=0$

  => asetetaan $u(t)$ riippumaan $e(t)$:n integraalista
- PI-säädin: $u(t)=K_P e(t)+K_I\int_0^t e(\tau)d\tau$

...PID-säädin...

- K_P kasvaa, K_I kasvaa => vaste nopeutuu MUTTA:
  - suljetun silmukan systeemi muuttuu eräällä parametriyhdistelmällä epästabiiliksi
  - syy: luotetaan liian vanhaan informaatioon (integrointi)
- Ratkaisu: derivoiva takaisinkytkentä; perustetaan u(t) e(t):n derivaatalle (vrt. ennustaminen)
- PID-säädin:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)d\tau + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

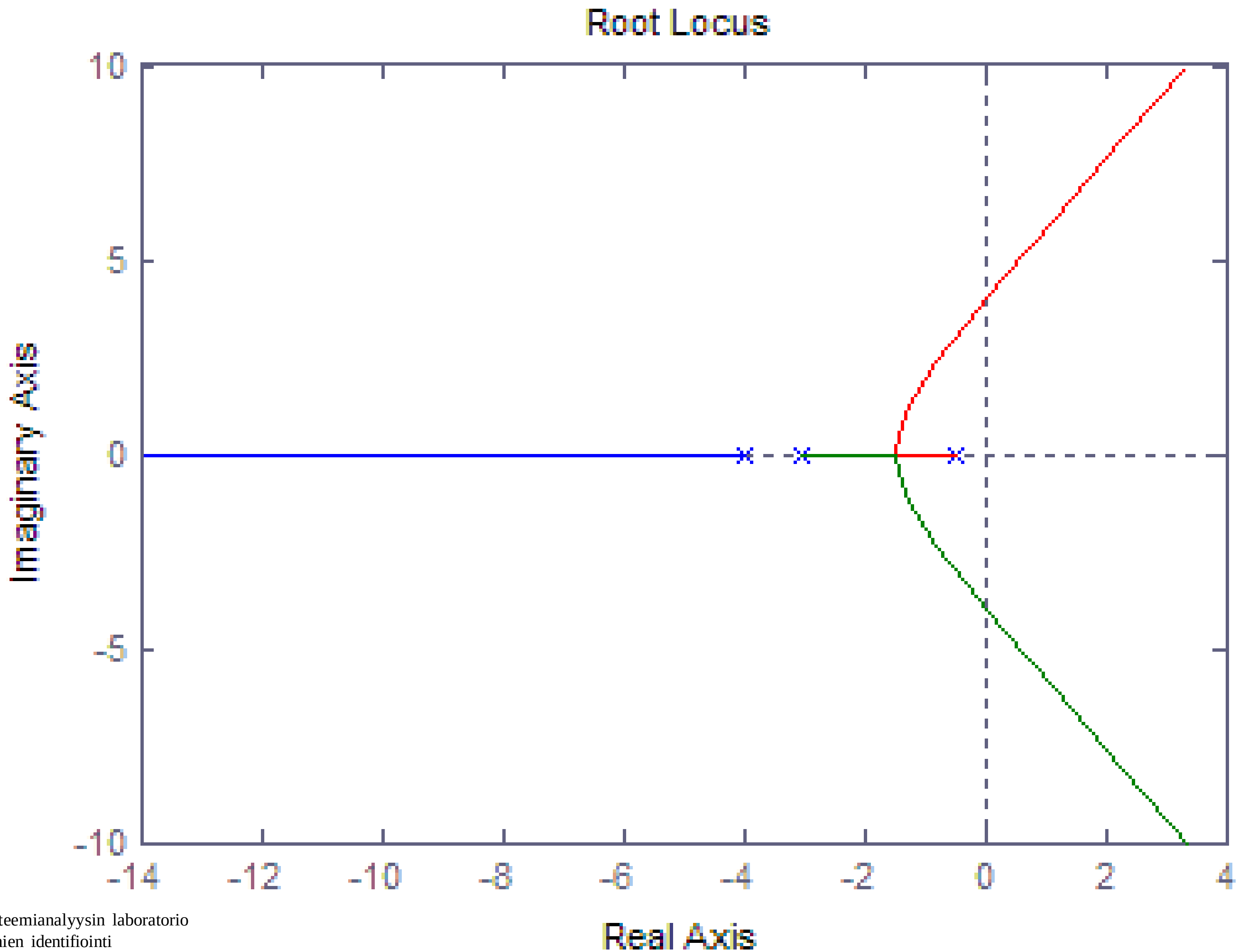
...PID-säädin

- Huom. merkintä: $K_I \Leftrightarrow 1/T_I$, $K_D \Leftrightarrow T_D$
- K_P suuri => nopea vaste, mutta epästabiilisuus vaanii
- K_I suuri => nopea vaste, pysyvät poikkeamat kompensoituvat (epästabiilisuus!)
- K_D: käyttö esim. stabilointi (ongelma: kohina)

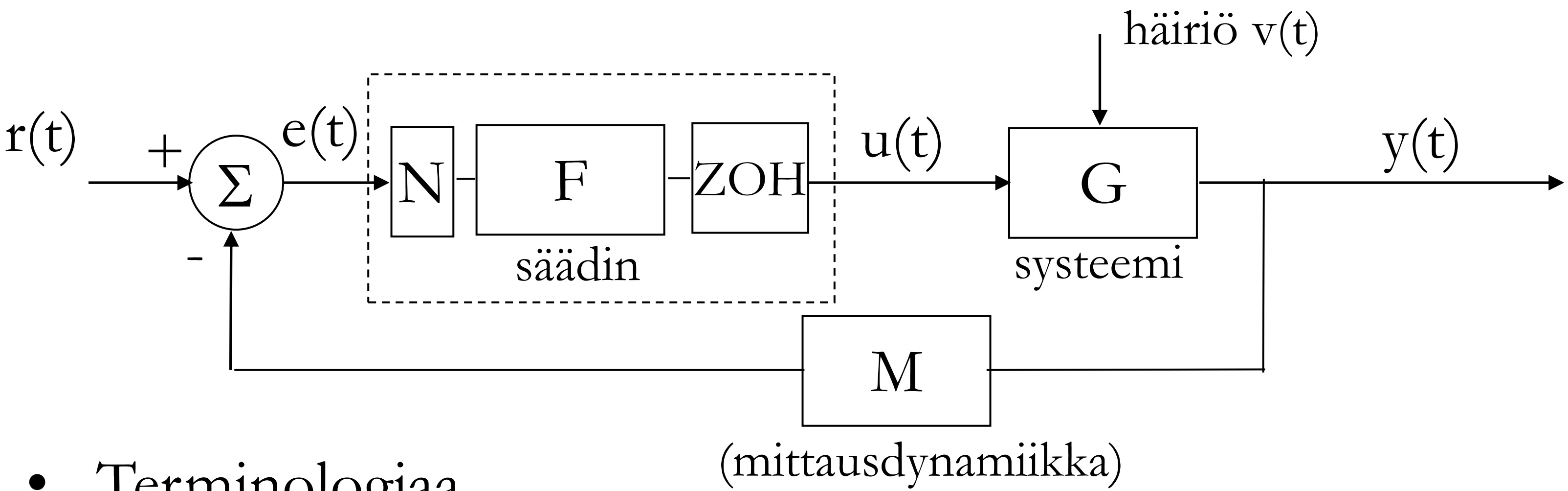
Säätimen virittäminen

1. Systeemin malli tunnetaan
   - suljetun silmukan systeemin siirtofunktio $G_{CL}(s)=F(S)G(s)/(1+F(s)G(s)M(s))$
   - lasketaan suljetun silmukan systeemin navat säätimen parametrien funktiona (”pole placement”)
     - stabiilisuus: testit esim. juuriura
2. Mallia ei tunneta
   - kokeita systeemille => arvot parametreille
   - erilaiset heuristiikat: Ziegler-Nichols, Coon,... (e.g., Åström & Murray, Chapter 10, pp. 302-305)

Juuriura – Matlab ”rlocus”



Diskreettiaikainen PID-säädin



- Terminologiaa…
  - näytteenottoväli T
  - näytteenottotaajuus 1/T, näytteenoton kulmataajuus 2π/T
  - Nyquistin taajuus 1/2T, Nyquistin kulmataajuus π/T
- Näytteenotto N: poimitaan jatkuvasta signaalista arvo T:n välein kulmataajuudella $\omega_s=2\pi/T$ =>g(kT), k=1,2,...
- ZOH= zero order hold: pidetään signaali vakiona ajan T

Näytteenoton haasteita

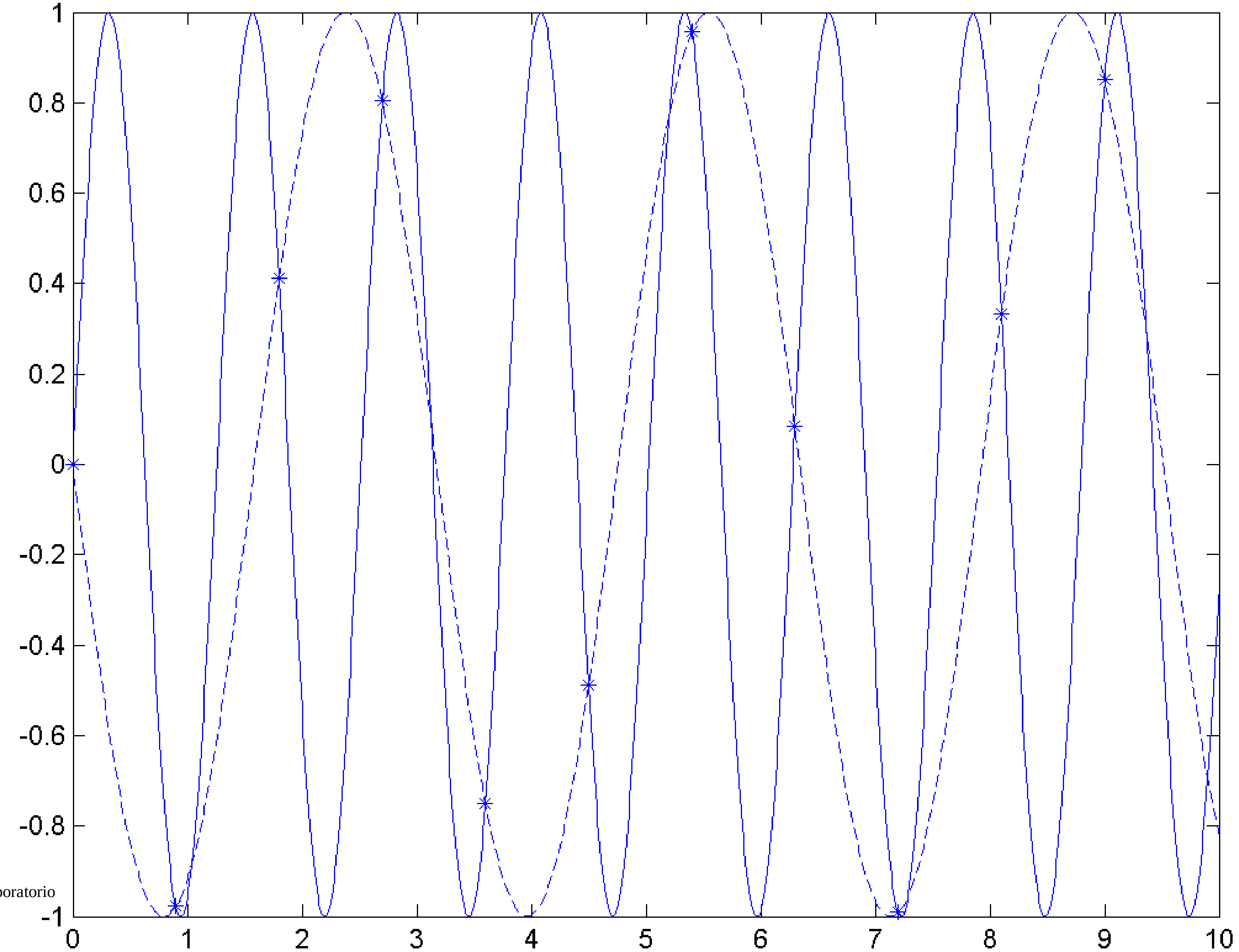
- Ongelma 1: ω_s:ää suurempia taajuuksia ei saada eroteltua ω_s:ää pienemmistä:
  - Olkoot $h_1(t)=\sin\omega t$, ω välillä $[0,\omega_s)$ ja
    $h_2(t)=\sin(\omega+m\omega_s)t$, $m=\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots$
  - Nyt $h_1(kT)=\sin(\omega kT+mk2\pi)=\sin(\omega+m2\pi/T)kT=h_2(kT)$
- Ongelma 2: taajuutta ω välillä $[\omega_s/2,\omega_s)$ ei pystytä erottamaan taajuudesta $\omega'=\omega_s-\omega$
  - $\omega_s/2$:a kutsutaan Nyquist-taajuudeksi
- Suuritaajuista kohinaa => alipäästösuodatus ennen näytteenottoa
- Vrt. Nyquistin teoreema: ”Jos näytteenottotaajuus on vähintään kaksikertaa näytteistettävän signaalin taajuus, niin alkuperäinen signaali voidaan rekonstruoida näytteistä.”

Laskostuminen, eng. aliasing

W=5 rad/s

T=0.9s,
WS=6.98rad/s

W'=WS-
W=1.98rad/s



Diskreettiaikainen PID

- Diskreettiaikainen PID:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \sum_{j=0}^{t/T} e(jT) + K_D / T(e(t) - e(t-T))$$

- Viritys: valitse K_P,K_I,K_D ja T
- Periaatteessa diskreetti systeemi lähestyy jatkuvaa kun T lähestyy nollaa, mutta liian pieni T
  - rasittaa toimilaitteita
  - vaatii laskentakapasiteettia

Tilatakaisinkytkentä

- Edellä tarkasteltu säätöä input-output -kuvausten pohjalta
  - Myös tilan takaisin kytkentä mahdollista => tilatakaisinkytkentä
- Tarkastellaan lineaarista järjestelmää dx/dt=Ax+Bu, (y=Cx+Du)
  - tavoitteena ohjata se origoon
  - ol. ulk. referenssisignaali = 0
- Valitaan ohjaus lineaarikombinaationa tilasta: u(t)=-Kx(t)
- Suljetun silmukan systeemin systeemimatriisi on A-BK
- Jos systeemi on saavutettava, suljetun silmukan systeemille voidaan rakentaa mielivaltainen dynamiikka valitsemalla K sopivasti - vrt. tilahavaitsija
- Tilasäätimellä ei sellaisenaan ole välttämättä integroivaa ominaisuutta - järjestettävä erikseen jos tarpeen
- Suositeltava lähestymistapa erityisesti MIMO-malleilla

Optimaalinen tilatakaisinkytkentä 1/2

- Valitse u siten että funktionaali

$$J[u] = \frac{1}{2}\int_0^T x(t)^T Rx(t) + u(t)^T Qu(t)dt + \frac{1}{2}x(T)^T Px(T)$$

  minimoituu (lineaarisneliöllinen tehtävä)
- R sakottaa tilan poikkemista, Q liian suurista ohjauksista, P lopputilapoikkeamasta
- Takaisinkytketty ratkaisu saadaan johtamalla optimisäätötehtävän välttämättömät ehdot
  - tilayhtälö, liittotilayhtälö, optimaalinen ohjaus (ks. mat-2.4148 materiaali)

Optimaalinen tilatakaisinkytkentä 2/2

- Kun liittotilan oletetaan olevan muotoa S(t)x(t), saadaan S:lle ns. Riccatin differentiaaliyhtälö
  - osoittautuu, että myös optimiohjaus on aikavariantti tilan lineaarikombinaatio: $u^*=-K^*(t)x(t)$, missä $K^*(t)=-Q^{-1}B^TS(t)$

$\Rightarrow$ Ratkaisu: Integroi Riccatin yhtälö takaperin => S(t) => optimaalinen takaisinkytkentävahvistus K*(t) => sovella ohjausta $u(t)=-K^*(t)x(t)$

- S stabiloituu yleensä nopeasti => aikainvariantti (mutta suboptimaalinen) ratkaisu K* saadaan ratkaisemalla algebrallinen Riccatin yhtälö (S:n derivaatat asetettu nolliksi)
- Matlab: lqr/lqr2