

MS-E2129 Systemien identifiointi

2. laskuharjoitus

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = \sin(3t), y(0) = 1, y'(0) = -1$$

2. a) Dynaamisen järjestelmän toimintaa kuvaa malli

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 3\frac{du(t)}{dt} + 2u(t)$$

Hae järjestelmän ohjattu vaste, kun $u(t) = e^{-3t}, t \geq 0$ ja $y(0) = y'(0) = 0$.

- b) Inertiajärjestelmän toimintaa kuvataan differentiaaliyhtälöllä

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = u(t)$$

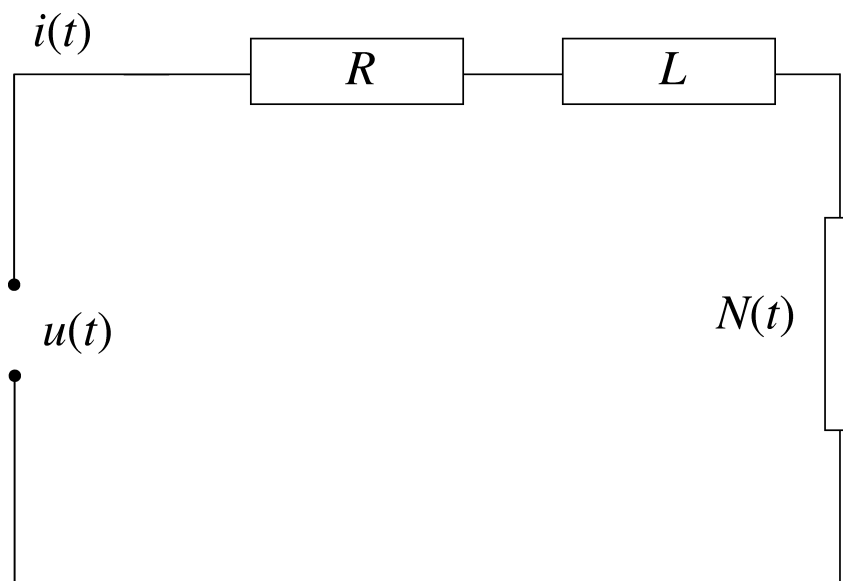
Esitä malli tilayhtälömuodossa. Määritä tilayhtälömuodosta vapaa ($u(t) = 0$) ja ohjattu vaste ohjauksella $u(t) = 1$, kun $y(0) = 1$ ja $y'(0) = -1$.

3. Tarkastellaan kuvan 1 mukaista LR-vaihtovirtapiiriä, jossa on kytkettynä vastus ja käämi sarjaan virtalähteeseen. $u(t)$ on ulkoisen virtalähteen jännite ja $i(t)$ vastuksen läpi kulkeva virta. Piiri sisältää epälineaarisen komponentin, jonka napajännite on $N(t) = ki(t)^2$.

- a) Muodosta differentiaaliyhtälö kuvaamaan systeemiä.
b) Oleta, että jännite $u(t) = u_0$ on vakio. Laske systemille tasapainotila ja linearisoi malli tasapainopisteen ympäristössä.
c) Konstruoi piiriä vastaava Simulink-malli ja simuloi piiriä erilaisilla jännitteillä $u(t)$. Konstruoi myös linearisoidun piirin malli ja vertaa simulointituloksia.

4. Tarkastellaan avaruusrakettia. Käytetään seuraavia merkintöjä: $v(t)$ on raketin nopeus, $h(t)$ korkeus, $F(t)$ rakettimoottorin työntövoima, $D(v(t), h(t))$ ilmanvastus, $m(t)$ polttoaineen massa, m_0 raketin omapaino ja g on putoamiskiihtyvyyys. Newtonin laista saadaan raketin liikeyhtälö:

$$(m_0 + m(t)) \dot{v}(t) = F(t) - D(v(t), h(t)) - (m_0 + m(t))g$$



Kuva 1: Tehtävän 3 virtapiiri

ja

$$\dot{h}(t) = v(t).$$

Oletetaan työntövoiman olevan verrannollinen polttoaineen kulutukseen, eli

$$\dot{m} = -\frac{1}{c}F(t)$$

ja oletetaan lisäksi, että ilmanvastuskerroin riippuu korkeudesta ja nopeudesta seuraavasti:

$$D(v(t), h(t)) = Hv(t)^2 e^{-\beta h(t)}.$$

- Kirjoita staattinen riippuvuus $F(t)$:n ja $v(t)$:n välille tunnetulla korkeudella $h(t)$ ja massalla $m(t)$, kun nopeus on likimain vakio ($\dot{v}(t) = 0$).
- Oleta, että työntövoimaprofiili tunnetaan ($F(t) = F^*(t)$), jolloin saat ratkaistua nopeuden, massan ja korkeuden ajan funktiona: $v(t) = v^*(t)$, $m(t) = m^*(t)$ ja $h(t) = h^*(t)$. Linearisoi systeemi tämän tasapainotilan ympäristössä.
- Simuloi alkuperäistä ja linearisoitua rakettia jollakin työntövoimaprofililla $F^*(t)$. Kiinteän polttoaineen rakettimoottoreissa saattaa olla suuriakin moottorikohtaisia eroja. Tutki linearisoidun mallin suorituskykyä hieman $F^*(t)$:stä poikkeavilla työntövoimaprofileilla.