

MS-E2129 Systemien identifiointi

3. laskuharjoitus

1. Mikä on differenssiyhtälön

$$y(n+2) + \frac{5}{6}y(n+1) + \frac{1}{6}y(n) = u(n)$$

vapaa vaste, kun $y(0) = 0$ ja $y(1) = 1$? Mitä voit sanoa stabiilisuudesta?

2. Tarkastellaan yksinkertaista diskreettiaikaista varaston mallia, jossa $y(t)$ on varaston tavaramäärä päivänä t . Päivänä t tilattu tavaramäärä $u(t)$ saapuu varastoon 2 päivän viiveellä.
- Määrittää systeemin malli ja pulssinsiirtofunktio.
 - Määrittää pulssinsiirtofunktiota vastaavat q :n ja q^{-1} :n operaattoripolynomit ja kirjoita auki vastaavat differenssiyhtälöt.
 - Onko varasto asymptoottisesti stabiili? Entä stabiili? Tulkintasi?

3. Tarkastellaan systeemiä, jota kuvaa differentiaalityhtälö

$$y'(t) = -ay(t) + u(t), y(0) = 0, a > 0$$

- Muodosta systeemille tilaesitys.
- Laske systeemin siirtofunktio. Miten parametri a vaikuttaa systeemin stabiilisuuteen?
- Diskretoi systeemi Eulerin menetelmällä aika-askeleella T ja laske diskreettiaikaisen systeemin siirtofunktio. Miten parametrit a ja T vaikuttavat systeemin stabiilisuuteen?
- Diskretoi systeemi käyttäen lineaarisen tilaesityksen ratkaisua

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$

ja tekemällä oletus, että ohjaus $u(t)$ pysyy vakiona joka aika-askeleen T sisällä. Laske diskretoidun systeemin siirtofunktio. Miten parametrit a ja T vaikuttavat systeemin stabiilisuuteen?

- e) Kokeile päätelmiäsi ajamalla tiedostosta lh3t3.slx löytyvä simulaatio, jonka parametrit löytyvät tiedostosta lh3t3_m.m.
4. Tarkastellaan diskreettiä systeemiä, jossa merkitään ulkoista signaalia $u(t)$:lla ja $y(t)$ riippuu u :sta seuraavasti.

$$y(k) + b_1y(k-1) + \dots + b_r y(k-r) = a_1u(k-1) + \dots + a_r u(k-r)$$

Kyseessä on ARMA-malli (autoregressive moving average). Kirjoita tälle mallille lineaarinen tilaesitys.

5. Tarkastellaan varastoa. Varastosta poistuu tavaraa päivänä t kysynnän $V(t)$ mukaisesti ja varastotäydennys $P(t)$ tulee tuotantolaitoksesta. Tuotantolaitos ottaa vastaan tarvitsemaansa raaka-ainetta $O(t)$:n verran. Merkitään $X(t)$:llä varastosaldoa päivän t lopussa ja olkoon X_0 varaston tavoitetaso ja V_0 odotettu kysyntä, joka oletetaan aikariippumattomaksi.

Oletetaan, että tuotantoa voidaan kuvata differenssiyhtälöllä

$$P(t) = \alpha P(t-1) + (1-\alpha)O(t-1),$$

ja tehtaan tilaukset $O(t)$ hoidetaan automaattisesti kaavalla

$$O(t) = V_0 + X_0 - X(t-1).$$

- a) Esitä tämä systeemi tilayhtälömuodossa, missä $V(t)$ on sisäänmeno ja $X(t)$ ulostulo.
- b) Simuloi differenssiyhtälösysteemiä Matlabilla.