

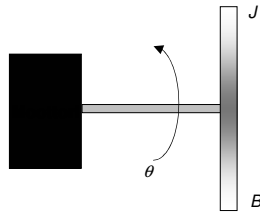
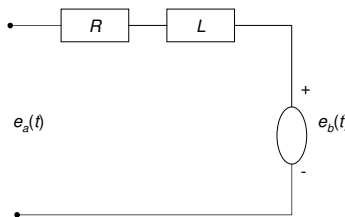
MS-E2129 Systeemien identifiointi

5. laskuharjoitus

1. Tarkastellaan kuvan 1 systeemiä, jossa tasavirtakone pyörittää akselia. Systeemiä ohjataan “ankkuripiiriin” syötettävällä jännitteellä e_a . Pyöritettävän kappaleen hitausmomentti on J ja siihen vaikuttavan viskoosikitkan kerroin B . Olettaen, että koneen antama momentti on suoraan verrannollinen ankkuripiirin virtaan i_a ja että akselin pyörimisnopeus on verrannollinen jännitteeseen e_b saadaan

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = K_T i_a$$

$$L \frac{di_a}{dt} + R i_a + K_b \dot{\theta} = e_a$$



Kuva 1: Tehtävän 1 systeemi

Valitaan tiloiksi $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$ ja $i_a(t)$ sekä ulostuloksi moottorin asentokulma $\theta(t)$.

Onko systeemi saavutettava? Entä tarkkailtava?

Miten on saavutettavuuden ja tarkkailtavuuden laita jos ulostulona onkin asentokulman sijaan pyörimisnopeus $\dot{\theta}(t)$?

2. Tarkastellaan järjestelmää

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Onko se saavutettava? Missä joukossa se on ohjattava? Käytä hyväksesi tietoa, että ohjattavuusmatriisin sarakkeet virittävät ohjattavien tilojen aliavaruuden.

3. Onko systeemi

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

saavutettava? Entä kun samaa systeemiä kuvataan tilamuuttujilla

$$z_1(t) = x_1(t) + \alpha x_2(t)$$

$$z_2(t) = x_1(t) + \beta x_2(t)$$

missä $\alpha \neq \beta$?

4. Tutkitaan näytteenoton vaikutusta saavutettavuuteen ja tarkkailtavuuteen. Tarkastellaan harmonisen oskillaattorin jatkuva-aikaista mallia

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t).$$

Kun tämä diskretoidaan aika-askeleella h , saadaan diskreettiaikainen malli

$$x((k+1)h) = \begin{bmatrix} \cos(\omega h) & \sin(\omega h) \\ -\sin(\omega h) & \cos(\omega h) \end{bmatrix} x(kh) + \begin{bmatrix} 1 - \cos(\omega h) \\ \sin(\omega h) \end{bmatrix} u(kh)$$

$$y(kh) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(kh).$$

Laske kummankin systeemin ohjattavuus- ja tarkkailtavuusmatriisien determinantit ja tutki, mitä tapahtuu, kun $\omega h = n\pi$. Tulkitse tulos.

5. Vakionopeudella liikkuvan ajoneuvon paikkaa on mitattu ja on saatu taulukon 1 mukaiset tulokset. Olkoon etäisyysmittausten y_i ja mittushetkien välinen yhteys mallinnettu seuraavasti:

a) $y_i = vt_i + e_i$

b) $y_i = vt_i + y_0 + e_i$

missä v ja y_0 ovat estimoitavia parametreja ja e_i mittausvirhe.

Estimoi kummassakin tapauksessa nopeus v ja b)-kohdassa myös lähtöpaikka y_0 siten, että mittausvirheen e_i neliösumma

$$S = \sum_{i=0}^7 e_i^2 = e^T e$$

minimoituu.

Taulukko 1: Tehtävän 5 mittaustulokset

| | | | | | | | | |
|----------|------|---|----|----|----|----|----|----|
| aika | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 10 | 12 | 18 |
| etäisyys | 5.71 | 9 | 15 | 19 | 20 | 45 | 55 | 78 |