

MS-E2129 Systeemien identifiointi

7. kotitehtävä

- a) Superpositioperiaatteen mukaan lineaariselle systeemille $y = F(u)$ pätee

$$F(\alpha u_1 + \beta u_2) = \alpha F(u_1) + \beta F(u_2).$$

Todenna tämä jatkuva-aikaiselle lineaariselle systeemille $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx, x(0) = 0$. Käytä hyväksi yleistä jatkuva-aikaisen lineaarisen systeemin ratkaisua

$$x(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau$$

- b) Teoriassa impulssivasteen tuottamiseksi täytyy systeemin syötteenä olla Diracin deltafunktio, joka voidaan (löyhästi) määritellä seuraavasti:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Tällaista signaalia ei tietenkään todellisuudessa voida tuottaa. Osoita, että Diracin deltafunktioa approksimoiva signaali

$$u_\delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}, & 0 \leq t < \alpha \\ 0, & \alpha \leq t \end{cases},$$

jossa α on jokin pieni positiivinen aika, toteuttaa deltafunktiolle määritellyn ehdon

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_\delta(t) dt = 1.$$

Osoita lisäksi jatkuva-aikaisen systeemin impulssivastetta $h(t)$ käyttäen, että systeemin vaste syötteellä $u_\delta(t)$ on likimäärin $h(t)$.