Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu
Matematiikan ja systeemianalyysin laitos

MS-E2129 Systeemien identifiointi

9. kotitehtävä

Tarkastellaan systeemiä, jonka tilayhtälömalli on

$$\begin{aligned} x(t+1) &= A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\ y(t) &= C(\theta)x(t) + e(t). \end{aligned} \tag{1}$$

Tässä $e(t)$ on valkoista kohinaa, parametrivektori $\theta = (a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, c_1, c_2)$ ja matriisit A, B ja C ovat

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix}.$$

Sama systeemi voidaan esittää muodossa

$$y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t), \tag{2}$$

missä q on eteenpäinsiirto-operattori, eli $qu(t) = u(t+1)$.

a) Esitä $G(q, \theta)$ ja $H(q, \theta)$ matriisien A, B ja C avulla. Vihje: diskreettiaikaisen lineaarisen systeemin siirtofunktio, esim. luento 2 tai oppikirjan appendix A. Muista lisäksi, että 2×2-matriisin käänteismatriisin saat helposti kaavalla

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} a_4 & -a_2 \\ -a_3 & a_1 \end{bmatrix}.$$

b) Mikä black-box malliluokka on kyseessä?

c) Mikä on mallin antama ennuste systeemin ulostulolle?

Huomaa, että (2):sta voit identifioida vain 4 parametria, mutta (1):ssä on 8 parametria.

Tarkastellaan nyt systeemiä, jonka tilayhtälömalli on

$$\begin{aligned} \bar{x}(t+1) &= \bar{A}(\theta)\bar{x}(t) + \bar{B}(\theta)u(t) \\ y(t) &= \bar{C}(\theta)\bar{x}(t) + e(t), \end{aligned}$$

jossa matriisit $\bar{A}$, $\bar{B}$ ja $\bar{C}$ ovat $\bar{A} = QAQ^{-1}$, $\bar{B} = QB$, $\bar{C} = CQ^{-1}$ ja Q on mielivaltainen kääntyvä 2×2-matriisi.

d) Laske $\bar{G}(q, \theta)$ kyseiselle systeemille (voit hyödyntää a-kohdan tuloksia laskuissa). Mitä havaitset? Tarinan yksi opetus on, että systeemin tilaesitys ei ole yksikäsitteinen.