

## 3A Keskihajonta ja korrelaatio

### Tuntitehtävät

**3A1** (Korrelaatio ja riippuvuus.) Tarkastellaan kahta diskreettiä satunnaismuuttujaa  $X$  ja  $Y$ , joiden yhteisjakauma voidaan esittää allaolevan taulukon avulla:

	Y		
X	-1	0	1
-1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
0	$\frac{1}{3}$	0	0
1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

- (a) Määritä  $X$ :n jakauma, odotusarvo ja keskihajonta.
- (b) Määritä  $Y$ :n jakauma, odotusarvo ja keskihajonta.
- (c) Laske  $X$ :n ja  $Y$ :n korrelaatio.
- (d) Selvitä, ovatko  $X$  ja  $Y$  riippuvat vai riippumattomat.

**3A2** (Nopanheittojen keskiarvo.) Tavallista 6-sivuista noppaa heitetään monta kertaa peräkkäin ja heittojen tuloksia merkitään  $X_1, X_2, \dots$

- (a) Laske satunnaismuuttujan  $X_1$  odotusarvo ja keskihajonta.
- (b) Määritä satunnaismuuttujan  $M_2 = \frac{1}{2}(X_1 + X_2)$  jakauma.
- (c) Laske satunnaismuuttujan  $M_2$  odotusarvo ja keskihajonta.
- (d) Laske satunnaismuuttujan

$$M_{100} = \frac{1}{100}(X_1 + X_2 + \dots + X_{100})$$

odotusarvo ja keskihajonta.

## Kotitehtävät

**3A3** (Kannatuslukujen korrelaatio.) Tulevissa vaaleissa kahden suurimman puoleen suhteellisia äänimääriä mallinnetaan satunnaismuuttujilla  $X$  ja  $Y$ , joiden yhteisjakaumalla on tiheysfunktio

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & x, y \geq 0, x + y \leq 1, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

- (a) Määritä  $X$ :n tiheysfunktio, odotusarvo ja keskihajonta.
- (b) Määritä  $Y$ :n tiheysfunktio, odotusarvo ja keskihajonta.
- (c) Laske  $X$ :n ja  $Y$ :n korrelaatio.
- (d) Selvitä, ovatko  $X$  ja  $Y$  riippuvat vai riippumattomat.

**3A4** (Suurin ja pienin keskihajonta.) Satunnaismuuttuja  $X$ , jonka odotusarvo on  $E(X) = 2$  ja arvojoukko  $\{1, 2, 3\}$ , saa todennäköisyydellä  $p_i$  arvon  $i = 1, 2, 3$ . Selvitä luvut  $p_1, p_2, p_3$ , joilla  $X$ :n keskihajonta on

- (a) suurin mahdollinen,
- (b) pienin mahdollinen.

(**Vihje:** Keskihajonnan sijaan on yhtäpitävää maksimoida ja minimoida varianssia. Oikean vastauksen voi löytää optimoimalla tai arvaamalla.)