

6A Tilastollinen merkitsevyys

Tuntitehtävät

6A1 (Kimble-ranking.) Kimblen ranking-tilastoissa Adele on luokiteltu Britneytä korkeammalle. Rankingien luotettavuutta epäilevä teekkari haluaa selvittää, onko Adele todellakin parempi pelaaja kuin Britney. Yleisenä hypoteesina voidaan olettaa, että yksittäisessä pelissä Adele voittaa todennäköisyydellä $\theta \in [0, 1]$, ja että eri pelikertojen tulokset ovat keskenään riippumattomat. Teekkari järjestää turnauksen, jossa Adele ja Britney pelaavat keskenään kahdeksan pelin sarjan. Hän asettaa nollahypoteesin H_0 ja vastahypoteesin H_1 muodossa

$$H_0 : \text{Pelaajat ovat yhtä hyviä eli } \theta = 0.5,$$

$$H_1 : \text{Adele on parempi eli } \theta > 0.5.$$

Testisuureksi valitaan $v = \text{Adelen voittojen lukumäärä}$. Testiasetelmaa kuvaavan stokastisen mallin testisuure V noudattaa tällöin $\text{Bin}(8, \theta)$ -jakautumaa.

- Oletetaan, että Adele voittaa turnauksessa 7 peliä. Laske tälle havainnolle testin p-arvo.
- Testaa 5% merkitsevyystasolla nollahypoteesin paikkansapitävyyttä tämän (a)-kohdan datan valossa.
- Selvitä (b)-kohdan testin hylkäysalue eli kaikki ne testisuureen arvot, jotka johtavat nollahypoteesin hylkäämiseen 5% merkitsevyystasolla.
- Oletetaan sitten, että pelaajilla tosiaan on sellainen tasoero, että Adelen voiton todennäköisyys on 0.7. Mikä on todennäköisyys, että tasoerosta huolimatta (b)-kohdan testissä nollahypoteesi hyväksytään?
- Pohdi testin hylkäysvirheitä ja hyväksymisvirheitä.

6A2 (Naulatehdas.) Tehdas valmistaa nauvoja, joiden tavoitepituus on 10 cm. Valmistettujen naulojen pituus vaihtelee kuitenkin satunnaisesti noudattaen likimain normaalijakaumaa. Tuotannon laatua valvotaan niin, että tasatunnein edellisen tunnin aikana valmistettujen naulojen joukosta mitataan satunnaisesti valitut 30 naulaa.

Eräässä otoksessa naulojen pituuden keskiarvoksi saatiin 10.05 cm ja otoskeskihajonnaksi 0.40 cm. Testaa nollahypoteesia, että edellisen tunnin aikana valmistettujen naulojen todellinen keskipituus on tavoitearvon mukainen, kun vastahypoteesina on, että keskipituus eroaa tavoitearvosta. Käytä 5% merkitsevyystasoa.

Kotitehtävät

6A3 (Lehtien pituudet.) Tietyn kasvilajin lehtien pituus (senttimetreinä) noudattaa normaalijakaumaa odotusarvona μ ja keskihajontana $\sigma = 4$. Botanisti arvelee, että tuntematon odotusarvo olisi $\mu = 16$. Testaa tämän hypoteesin paikkansapitävyyttä, kun botanisti mittasi 5 kyseisen lajin kasvin lehdet ja sai keskiarvoksi 19 (mittaukset voidaan olettaa riippumattomiksi). Käytä testisuuretta

$$z(x) = \frac{m(x) - \mu}{\sigma/\sqrt{n}},$$

missä $m(x)$ on havaittujen datapisteiden keskiarvo.

- Määritä testin p-arvo yllätehdylle havainnolle.
- Hylätäänkö nollahypoteesi merkitsevyystasolla $\alpha = 5\%$? Entä merkitsevyystasolla $\alpha = 10\%$?

(**Vihje:** Koska normaalijakauman keskihajonta on ennalta tunnettu, tässä tehtävässä riittää t-jakaumien sijaan käsitellä tavallista normaalijakaumaa.)

6A4 (Tuotannon laatu.) Valmistaja väittää, että sen tuotteista korkeintaan 5% on viallisia. Asiakas tarkastaa tilaamastaan suuresta tuote-erästä satunnaisen 50 alkion otoksen ja löytää 6 viallista tuotetta. Onko valmistajan väite oikeutettu?

Testaa nollahypoteesia, että valmistajan väite on oikeutettu, kun vastahypoteesina on, että viallisten suhteellinen osuus on suurempi kuin valmistajan väittämä 5%. Käytä testissä 1% merkitsevyystasoa.

(**Vihje:** Koska 50 tuotetta valitaan suuresta tuote-erästä, voidaan tarkkuuden kärsimättä olettaa, että viallisten tuotteiden lukumäärä on binomijakautunut.)