# **CASE: HONDA**

- EKF
- GPS
- ODOMETRY





Extended Kalman Filter equations

State model

$$x_k = f(x_{k-1}) + q_{k-1}$$
$$y_k = h(x_k) + r_k$$

Prediction

$$m_{k}^{-} = f(m_{k-1})$$
  

$$P_{k}^{-} = F_{x}(m_{k-1})P_{k-1}F_{x}^{T}(m_{k-1}) + Q_{k-1}$$

Update

$$v_{k} = y_{k} - h(m_{k}^{-})$$

$$S_{k} = H_{x}(m_{k}^{-})P_{k}^{-}H_{x}^{T}(m_{k}^{-}) + R_{k}$$

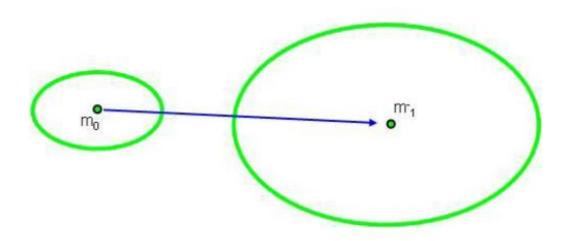
$$K_{k} = P_{k}^{-}H_{x}^{T}(m_{k}^{-})S_{k}^{-1}$$

$$m_{k} = m_{k}^{-} + K_{k}v_{k}$$

$$P_{k} = P_{k}^{-} - K_{k}S_{k}K_{k}^{T}$$



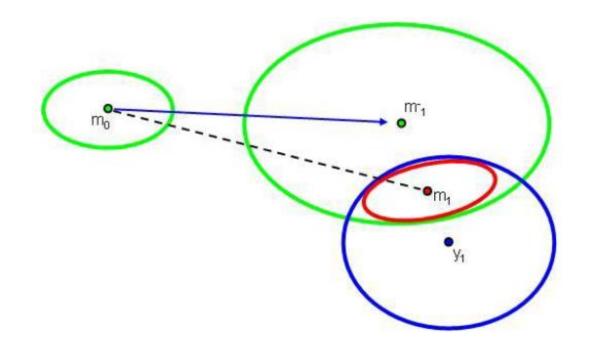
### PREDICTION STEP



Kuva 1: Visualisointi Kalman suotimen ennustusaskeleen toiminnasta. m<sub>o</sub> kuvaa kaksiulotteista paikkaestimaattia ajanhetkellä 0 ja m<sup>-</sup>1 ennustettua paikkaestimaattia seuraavalla ajanhetkellä. Vihreät ellipsit pisteiden ympärillä kuvaavat estimaatin epävarmuutta. Sininen nuoli kuvaa tilan m<sub>o</sub> nopeusvektoria, jonka perusteella seuraava tila ennustetaan. Epävarmuus ennustetun paikkaestimaatin ympärillä kasvaa prosessikohinan johdosta.



# UPDATE STEP



Kuva 2: Kalmansuotimen päivitysaskelta havainnollistava kuva. Vihreät ellipsit kuvaavat tilaestimaattia ajanhetkellä 0 ja ennustusta ajanhetkellä 1 kuten kuvassa Kuva 1. Sininen ellipsi kuvaa mittausta ajanhetkellä 1 ja punainen ellipsi mittauksen perusteella laskettua tilaestimaattia ajanhetkellä 1. Musta katkoviiva kuvaa estimoitua polkua. Polku ei siis kulje ennustetun tilan tai mittauksen kautta, vaan niiden avulla lasketun paikkaestimaatin kautta.



# Kinematic model

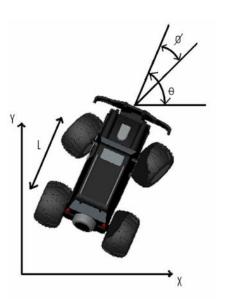
$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + \cos(\theta_k) \Delta t_k v_k \\ y_{k+1} = y_k + \sin(\theta_k) \Delta t_k v_k \\ \theta_{k+1} = \theta_k + \frac{v_k \Delta t_k}{L} \tan(\phi_k) \end{cases}$$



### Dynamic model

| $\int x_{k+1}$                                                      | 7 | [1 | 0 | 0 | $\Delta t_k \cos(\theta_k)$                                                                                       | 0 | $\begin{bmatrix} x_k \end{bmatrix}$ |        |
|---------------------------------------------------------------------|---|----|---|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-------------------------------------|--------|
| $y_{k+1}$                                                           |   | 0  | 1 | 0 | $\Delta t_k \sin(\theta_k)$                                                                                       | 0 | $y_k$                               |        |
| $\theta_{k+1}$                                                      | = | 0  | 0 | 1 | $\frac{\Delta t_k \cos(\theta_k)}{\Delta t_k \sin(\theta_k)} \\ \frac{\Delta t_k}{L} \tan(\phi_k) \\ \frac{1}{L}$ | 0 | $\theta_k$                          | $+Q_k$ |
| $\left  \begin{array}{c} v_{k+1} \\ \phi_{k+1} \end{array} \right $ |   | 0  | 0 | 0 | 1                                                                                                                 | 0 | $v_k$                               |        |
| $\phi_{k+1}$                                                        |   | 0  | 0 | 0 | 0                                                                                                                 | 1 | $\phi_k$                            |        |

GPS measurement equation

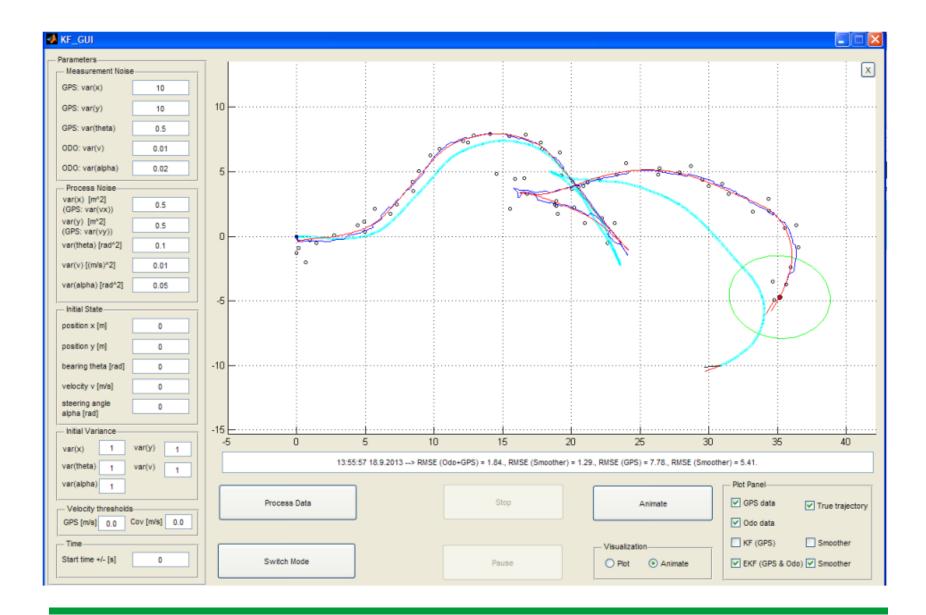


$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \\ v_k \\ \phi_k \end{bmatrix} + R_k^{GPS}$$

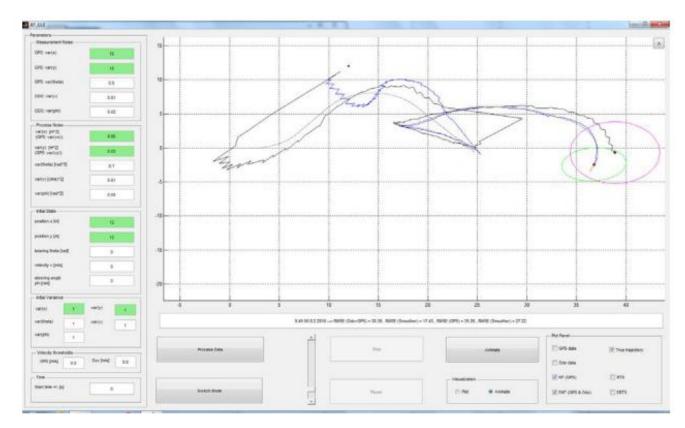
Odometry measurement equation

$$\begin{bmatrix} v_k \\ \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \\ v_k \\ \phi_k \end{bmatrix} + R_k^{Odo}$$









#### Kuva 3

Erroneous starting location. EKF with odometry vs. KF with Pose(k+1) = Pose(k) + v(k)

