RISTIIN KANTAVAT LAATAT

Laskentamenetelmät

Laattayhtälö

1. Kimmoteorian mukaan

$$\frac{\partial^4 a}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 a}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^4 a}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

Taivutusjäykkyys $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$

Momentit

$$m_x = -D\left(\frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 a}{\partial y^2}\right)$$

$$m_y = -D\left(\frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 a}{\partial x^2}\right)$$

$$m_{xy} = -(1-\nu)D\frac{\partial^2 a}{\partial x \partial y}$$

- Kimmoteorian mukainen ratkaisu
- FEM-analyysi,
- Differenssimenetelmä (kiertymät lausutaan taipuman derivaattoina
- Arina (sauvan taivutusjäykkyys EI= Eh^3*b/12, EI_{xy}=2 EI)
- Taulukkokirjat : Czerny, Erturk, Bares, Hahn, Betongkalender

Mitoitusmomentit (Wood & Armer, W&A)

$$m_{x,mit} = m_x + k \cdot m_{xy}$$

$$m_{y,mit} = m_y + \frac{1}{k} \cdot m_{xy}$$

Yleensä valittaan k~1
Jotkut FEM-ohjelmat laskevat W&A momentit
Perustuu teräsbetonipoikkileikkauksen myötö/murtoehtoon

2. Vääntöjäykkyydetön laatta (Drillweiche Platten)

Laattayhtälössä termi $$2\frac{\partial^4 a}{\partial x^2 \partial^2 y} = 0 \Rightarrow m_{xy} = 0$$

Joissakin FEM-ohjelmissa voidaan laskea laatta ilman vääntöjäykkyyttä, jolloin saadaan suoraan mitoitusmomentit $m_{x,mit}$, $m_{y,mit}$
Differenssimenetelmä

Arinamalli, jossa sauvan vääntöjäykkyys EI_{xy} ~0

Taulukoita: Stiglat & Wippel, Betongkalender

Martens & Pieper (saksal.)

Ruotsalainen Massiva betongplattor

3. Kaistamenetelmä

Hillerborg Strimlemetoden
Cope & Clark Concrete Slabs Analysis & Design

Laattayhtälössä termi $$2\frac{\partial^4 a}{\partial x^2 \partial^2 y} = 0 \Rightarrow m_{xy} = 0$$

=> $$\frac{\partial^4 a}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 a}{\partial y^4} = \frac{p_x + p_y}{D}$$

$$\frac{\partial^4 a}{\partial x^4} = \frac{p_x}{D}$$

=> $$\frac{\partial^4 a}{\partial y^4} = \frac{p_y}{D}$$

Jaetaan laatta osiin esim. oletettujen leikkausvoiman nollakohtien mukaan. Kullakin osalla oleva kuorma jaetaan sopivassa suhteessa eri suuntaisille kaistoille;

- laatan osan kuorma pyritään kantamaan sillä kaistalla, jolta on lyhyempi matka tuelle
- suurempi osa kuormasta kannetaan sillä kaistalla, jonka jännemitta on lyhyempi
- kuormasta suurempiosa sille kaistalla, jonka suunnassa on enemmän kiinnitettyjä tukia.
- tarvittaessa vahvojen kaistojen (ns. laatan sisäinen palkki) käyttö

Perustuu kaistojen tasapainoehtoihin => antaa varmalla puolella olevan alarajaratkaisun

4. Myötöviivateoria

Plastisuusteorian ylärajaratkaisu

Valitaan myötöviivojen kulku (myötökuvio, mekanismi):
- RIL 125 teräsbetonirakenteet
- BY 204 Paasikallio- Kanerva: Betonirakenteiden mitoitustehtäviä ratkaisuineen
- BY210 Leskelä
- Park & Paulay Concrete slabs
- Cope & Clark Concete slabs, Analysis and Design

Virtuaalinen siirtymä δ = myötoviivoilla; siirtymän avulla lausutaan myötöviivoilla ja tuilla tapahtuvat kierrtymät θ.

Momenttien myötöviivoilla tekemä sisäinen työ

$$W_s = \Sigma m_i \cdot L_i \cdot \theta_i$$

Kullakin myötöviivojen erottamalla laatan osalla olevan kuorman suorittama ulkoinen

$$W_u = \Sigma q \cdot A_i \cdot \delta_i$$

missä A_i = laatan osan pinta-ala
δ_I = virtuaalinen siirtymä laatan osan kuorman resultantin kohdalla lausuttuna virtuaalisen siirtymän δ avulla

Kun sisäinen ja ulkoinen työ ovat yhtäsuuria $W_s = W_u$
supistuu virtuaalinen siirtymä δ pois ja yhtälöstä voidaan ratkaista momentti.

Jos laatan momenttikapasiteetti on x- ja y-suunnassa erilainen, valitaan momenttien suhde m_y/m_x, (esim. pidemmässä suunnassa minimiraudoitusta vastaava momentti)

Tukimomentit valitaan suhteessa kenttämomenttiin: m_f / m_x
=> voidaan käyttää vapaasti tuetun laatan kaavoja, kun käytetään redusoituja jännevälejä:

$$L_{i-j,r} = \frac{2 \cdot L_{i-j}}{\sqrt{1+\frac{m_{s,i}}{m_{f,i-j}}}+\sqrt{1+\frac{m_{s,j}}{m_{f,i-j}}}}$$

missä $m_{s,i}$ on tukimomengtti tuella i
$m_{s,j}$ on tukimomentti tuella j
$m_{f,i-j}$ on kenttämomentti suunnassa i-j
L_{i-j} on jänneväli suunnassa i-j

Myötöviivojen leikkauspiste (tai kulma) voi olla tunnettu esim. kirjallisuudesta saatu tai on tuntematon x_1 , jolloin yhtälöstä ratkaistaan momentti leikkauspisteen funktiona. Saadusta lausekkeesta voidaan derivoimalla määrittää momentin ääriarvo.

Voidaan myös tarkastella kutakin myötöviivojen erottamaa osaa erikseen tasapainoehtojen perusteella.

Huom! Kirjallisuudessa olevissa kaavoissa oletettu myötömomentin olevan vakio koko myötöviivojen pituudella =>
=> kaavoja käytettäessä ei saa vähentää raudoitusta reuna-alueilla, kuten menetelmässä Massiva betongplattor.

Jos vähennystä tehdään, niin kaavoista saatu keskialueen mitoittava momentti on kerrottava luvulla 1,33.

Massiivisten betonilaattojen laskentamenetelmä

RIL 125 Teräsbetonirakenteet
BY 202, osa 2 Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja
Rakentajain kalenteri
Betonghandbok, Konstruktion (sis. myös 3.lta sivulta tuettuja laattoja

4-ltä sivulta tuetut suorakaiteen muotoiset laatat;
tasainen kuorma

Jännevälien suhde $1 \leq L_y/L_x \leq 2$

Jos sivusuhde >2, niin päätyosat lasketaan ristikenttinä Lx*Lx ja keskisosa yhteen suuntaan kantavana

Lx lyhyempi jänneväli Ly pidempi jänneväli

mxf = kenttämomentti, jota vastaava raudoitus x-suunnassa
myf = kenttämomentti, jota vastaava raudoitus y-suunanssa
mxs= tukimomentti, jota vastaava raudoitus x-suunanssa
mys= kenttämomentti, jota vastaava raudoitus y-suunnassa

Kutakin kenttää tarkastellaan ensin erikseen täydellä kuormalla. Kentän oletetaan olevan koko sivun pituudelta joko vapaasti tuettu tai täysin kiinnitetty.

Laattakenttien sivujen kiinnitysten perusteella on 9 erilaista perustapausta.

<u>Perustapausten tuki- ja kenttämomentit</u> $\mathbf{m = \alpha\, p_d\, L_x^2}$
Momenttikerroin α eri tuentatapauksille sivusuheen L_y/L_x funktiona taulukoista (taul. 3.1/BY202)

Jos vain osa (ηL) sivusta on kiinnitetty, niin lasketaan
- sivu koko matkalta täysin kiinnitetty => m1
- sivu koko matkalta vapaasti tuettu => m2

- perustapauksen momentti interpoloidaan em. kahden tapauksen väliltä
  $m = \eta * m1 + (1-\eta) * m2$

Tukimomenttien tasaus

Kentät erilaisia (eri tuentatapaus, sivusuhde, jänneväli erilaisia, erilainen kuorma), niin vierekkäisten laattojen tukimomentit erisuuruisia tuen molemmin puolin,

Tuella oleva momenttiero tasataan tuen molemmilla puolilla olevien laattojen ja tukeen mahdollisesti liittyvien seinien jäykkyyksien suhteessa.

Menetelmä A:
- Ei tasata, käytetään tukimomentin mitoituksessa suoraan tuen molemmilla puolilla olevaa suurempaa momenttia
- kenttämomentteja ei korjata

Menetelmä B:
- Käytetään, kun sisärakenteissa $q_k \leq 2{,}5\ g_k$
  ulkorakenteissa $q_k \leq 0{,}8\ g_k$

B1:
- Tukimomentti tuen molemmilla puolilla olevien momenttien keskiarvo
- Kenttämomentteja korjataan kuten B2

B2:
- Tasaus tukeen liittyvien laattojen ja seinien jäykkyyksien suhteessa
- Kenttämomenttien muuntaminen tukimomenttien muuntamisen seurauksena
- Ei oteta huomioon heijastusvaikutusta muihin tukiin

Laatan j tukimomentti muuttuu:

$$\Delta m_j = \frac{k_j}{\Sigma k} \cdot \Delta m$$

missä k_j on laatan suhteellinen jäykkyysluku $k_j = \beta \cdot \frac{h^3}{L_x}$

Jäykkyyskerroin β saadaan tuentapauksen ja sivusuhteen perusteella taulukosta (taul. 3.2/BY202)
h on laatan tai seinän paksuus,
Lx laattakentän lyhyempi jänneväli
Δm on tukimomentttiero tuen molemmin puolin

Seinää käsitellään pystysuunnassa olevana laattana.

Laatalla, jolla on suurempi tukimomentti, tukimomentti pienenee määrän Δm_j ja vastaavasti laatan, jonka tukimomentti on pienempi, tukimomentti kasvaa.

Tasatut tukimomentit:

Perustapauksen tukimomentit laatoilla j ja k: m_{sj} ja m_{sk}
Tukimomenttiero: $\Delta m = m_{sj} - m_{sk}$

Tasattu tukimomentti laatalla j: $m_{j,tas} = m_{si} - \Delta m_j$
Tasattu tukimomentti laatalla k: $m_{k,tas} = m_{sk} + \Delta m_k = m_{j,tas}$

Kenttämomenttien korjaus

Tukimomentti pienenee => kenttämomentti kasvaa määrällä

$$\Delta m_{fj} = \psi \Delta m_{sj}$$

Tukimomentti kasvaa => kenttämomenttia voidaan pienentää määrällä

$$\Delta m_{fj} = \xi \psi \Delta m_{sj}$$

Kenttämomentin korjauskerroin ψ saadaan sivusuhteen funktiona taulukosta 3.3/BY202 ja lisäkerroin ξ saadaan taulukosta 3.6/BY202 kiinnitettyjen sivujen lukumäärän perusteella

Momenttien siirto
Tasausmomenttia Δm_j voidaan siirtää ko. laattakentän muille kiinnitetyille tuille

Siirtyvä momentti $\Delta m_{s,siirt} = \delta_{ik} \Delta m_j$

Siirtokerroin δ_{ik} saadaan taulukosta tuentapauksen ja sivusuhteen funktiona (taul. 3.2/BY202)

Siirtomomentti on vastakkaismerkkinen tasausmoemnttiin nähden

Hyötykuormalisä

Laattakenttää käsitellään täysin kuormitettuina. Jos viereisessä laattakentässä ei ole liikkuvaa kuormaa, niin ko. laatan tukimomentti on edellä laskettua pienempi => viereisen laatan tasattu tukimomentti jää laskettua pienemmäksi ja kenttämomentti kasvaisi lasketusta.

Liikkuvan kuorman vaarallisimman kuormitusasennon (ns. shakkilautakuormitus) otetaan huomioon lisäämällä kenttämomenttia hyötykuormalisällä

$$\Delta m_{f,q} = \alpha_q \cdot q_{md} \cdot L_x^{\,2}$$

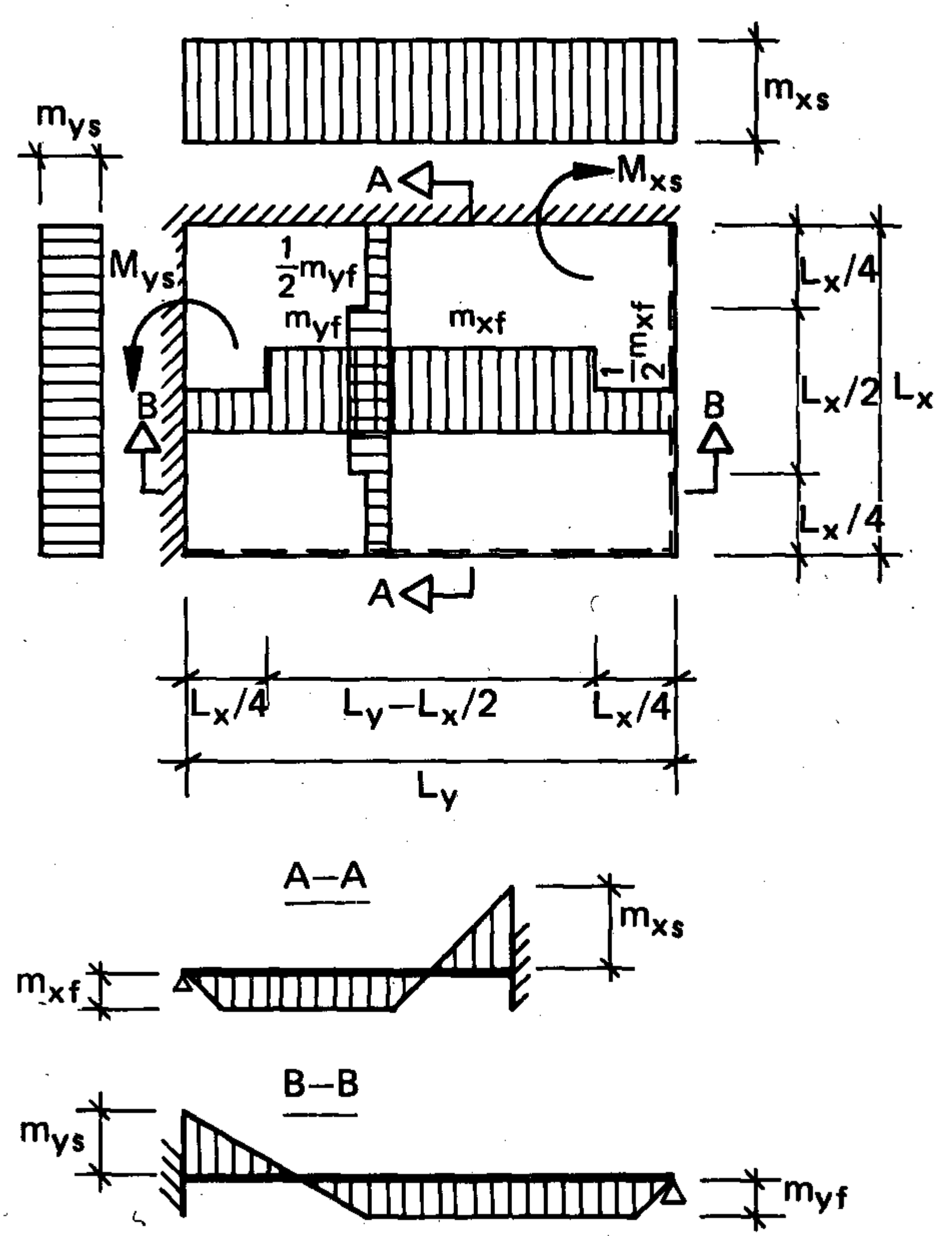
missä q_{md} on viereisten kenttien keskimääräinen liikkuva kuorma
α_q saadaan tuentatapauksen ja sivusuhteen funktiona taulukosta (taul. 3.5/BY202)

Raudoituksen suunnittelu

Leveyden keskimmäisellä puolikkaalla (x-suunnan raudoitukselle matkalla Ly/2) kenttäraudoitus mitoitetaan edellä laskettujen momenttien perusteella.

Reuna-alueilla (LY/4) kenttäraudoitusta voidaan vähentää puoleen.

Tukiraudoitus edellä lasketun tukimomentin mukaan vakio koko sivun pituudella.



Raudoituksen suunnittelussa käytetyt yksinkertaistetut taivutusmomenttijakautumat

Raudoituksen katkaisukohdat

Momentin 0-kohta tuelta k (k = i tai j)

$$a_{ok} = \frac{\sqrt{1+k_k}-1}{\sqrt{1+k_i}+\sqrt{1+k_j}} \cdot L_{i-j} \cdot \sqrt{\frac{L_{lyh}}{L_{i-j}}}$$

$$k_i = \frac{m_i}{m_{i-j}} \qquad k_j = \frac{m_j}{m_{i-j}}$$

Kun tarkastellaan **alapinnan terästen katkaisukohtaa**, niin k_I ja k_j määritetään ko. kentän raudoitusta laskettaessa käytetyn suurimman kenttämomentin (suurin kenttämomentti täydellä kuormalla hyötykuormalisä mukaanlukien) $m_{I\text{-}j}$ mukaan.

Kun tarkastellaan **yläpinnan terästen katkaisukohtaa**, niin k_I ja k_j määritetään ko. kentän pienintä kuormaa vastaavan kenttämomentin mukaan eli käyttäen arvoa $m_{i-j} \cdot \frac{g_d}{p_d}$.

Lisäksi tarkistetaan ehdot:

- lyhyemmän jänteen suunnassa $\frac{g_d}{2} \cdot (L_x - a_{0j}) \cdot a_{0i} \geq m_i$
- pidemmän jänteen suunnassa $\frac{g_d}{2} \cdot (\sqrt{L_y \cdot L_x} - a_{0j}) \cdot a_{0i} \geq m_i$

Puolet yläpinnan teräksistä voidaan katkaista tuelta lukien etäisyydellä

$$\frac{a_o}{2} + 1{,}5d \geq 1{,}5d + l_b$$

Loput yläpinnan teräksistä viedään tuelta etäisyydelle

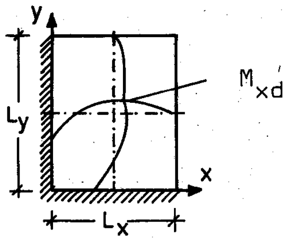
$$a_o + 1{,}5d \geq \frac{a_o}{2} + 1{,}5d + l_b$$

Puolet kenttäraudoituksesta katkaistaan tuelta lukien etäisyydellä

$a_o - 1{,}5\ d$

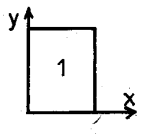
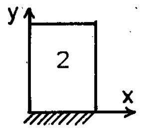
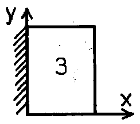
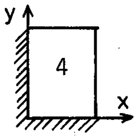
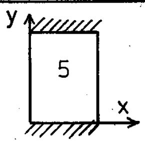
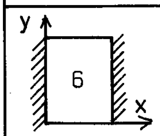
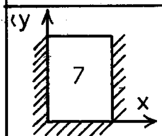
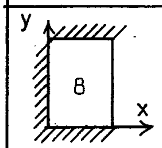
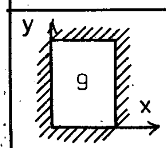
Loput kenttäraudoituksesta viedään tuelle ja ankkuroidaan

Taulukko 11. Kerroin δ_a



$$a \approx \delta_a \frac{M_{xd} L_x^2}{K_{xd}} \qquad \frac{a}{L_x} \approx \delta_a \left(\frac{m_{xd}}{k_{xd}}\right) \frac{L_x}{d_x}$$

δ_a

$L_y : L_x$	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
 1	0,1104	0,1079	0,1063	0,1055	0,1053	0,1053
 2	0,1147	0,1105	0,1079	0,1065	0,1060	0,1064
 3	0,0874	0,0858	0,0849	0,0841	0,0834	0,0834
 4	0,0897	0,0870	0,0856	0,0847	0,0842	0,0838
 5	0,1213	0,1133	0,1092	0,1077	0,1068	0,1055
 6	0,0673	0,0654	0,0641	0,0634	0,0628	0,0629
 7	0,0691	0,0665	0,0647	0,0638	0,0634	0,0631
 8	0,0932	0,0888	0,0866	0,0858	0,0846	0,0840
 9	0,0719	0,0680	0,0659	0,0649	0,0637	0,0633