Parametrisoiduista pinnoista : TORUS

xz – tason ympyrä : kp : $(b, 0)$; $r = a$

$$\begin{cases} x = a\cos\theta + b \\ z = a\sin\theta \end{cases}, \quad \theta \in [0, 2\pi]$$

Kierretään xz – tasoa z – akselin ympäri :

Formaalisti

$$\begin{cases} x \leftarrow x\cos\varphi \\ y \leftarrow x\sin\varphi \end{cases}, \quad \varphi \in [0, 2\pi]$$

Yhdistämällä saadaan pinnan parametrisointi:

$$\begin{cases} x = (a\cos\theta + b)\cos\varphi \\ y = (a\cos\theta + b)\sin\varphi \\ z = a\sin\theta \end{cases}, \quad \theta, \varphi \in [0, 2\pi]$$

Avaruuden suora voidaan antaa myös muodossa

$$\frac{x - x_0}{r} = \frac{y - y_0}{s} = \frac{z - z_0}{t},$$

missä on oletettu suorakulmainen, oikeakätinen koordinaatisto.

Suuntavektori saa mukavan muodon:

$$\begin{cases} \dfrac{x - x_0}{r} = \dfrac{y - y_0}{s} \\ \dfrac{y - y_0}{s} = \dfrac{z - z_0}{t} \end{cases} \quad \text{eli} \quad \begin{cases} sx - ry = sx_0 - ry_0 \\ ty - sz = ty_0 - sz_0 \end{cases},$$

kaksi tasoa; lasketaan normaali

$$\begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ s & -r & 0 \\ 0 & t & -s \end{vmatrix} = s\underbrace{(r\underline{i} + s\underline{j} + t\underline{k})}_{\text{suoran suuntavektori } \underline{t}}$$

__Esimerkki 5.1.5__

Olkoon annettuna kaksi suoraa, s_1 ja s_2:

$$s_1: \ x - 1 = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 1}{3} \quad ; \ \underline{t} = \underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k}$$

$$s_2: \ \underline{r} = (\underline{i} - \underline{j} + \underline{k}) + \tau(\underline{i} + \underline{j})$$

Etsitään suorien lähinnä toisiaan olevat pisteet.

Piste P_1 suoralla s_1: $\underline{r}_1 = \underline{i} + \underline{j} + \underline{k} + \xi(\underline{i} + 2\underline{j} + 3\underline{k})$

P_2 s_2: $\underline{r}_2 = \underline{i} - \underline{j} + k + \eta(\underline{i} + \underline{j})$

Pienin etäisyys saavutetaan, kun erotus $\underline{r}_1 - \underline{r}_2$ on kohtisuorassa kumpaakin suoraa s_1, s_2 vastaan:

$$\begin{cases} \underline{t}_1 \cdot (\underline{r}_1 - \underline{r}_2) = 14\xi - 3\eta + 4 = 0 \\ \underline{t}_2 \cdot (\underline{r}_1 - \underline{r}_2) = 3\xi - 2\eta + 2 = 0 \end{cases}$$

Ratkaistaan: $\xi = -\dfrac{2}{19}$, $\eta = \dfrac{16}{19}$