



Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

MS-A0201

Hakula/Metsälampi

Harjoitukset, Viikko 4A, 2023



Määritelmistä

TEHTÄVÄ M1 Laske ketjusääntöä käyttäen $\frac{dw}{dt}$, kun

a) $w = xy + yz + zx$, $x = e^t$, $y = 2t^2$, $z = e^{-t}$,

b) $w = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$, $x = 2t$, $y = t^2$.

TEHTÄVÄ M2 Olkoot f ja g kaksi kahdesti derivoituvaa funktiota $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ja olkoon $h(x, y) = f(x)g(y)$. Laske funktion h toisen kertaluvun osittaisderivaatat.

Johdanto

TEHTÄVÄ J1 Laske ketjusääntöä käyttäen $\frac{\partial w}{\partial s}$ ja $\frac{\partial w}{\partial t}$, kun

a) $w = x \ln(x^2 + y^2)$, $x = s + t$, $y = s - t$,

b) $w = e^{x+2y} \sin(2x - y)$, $x = s^2 + 2t^2$, $y = 2s^2 - t^2$.

TEHTÄVÄ J2 Approksimoi linearisoimalla funktion

$$f(x, y) = \frac{24}{x^2 + xy + y^2}$$

arvo pisteessä $(1.9, 2.1)$.

Kotitehtävät

TEHTÄVÄ K1 Olkoon $u(x, y) = \sin x + f(\sin y - \sin x)$, missä $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on differentioituva funktio. Osoita, että lauseke $u_y \cos x + u_x \cos y$ on riippumaton funktiosta f .

TEHTÄVÄ K2 Osoita, että funktio $z = \overline{\arctan} \frac{x}{y}$, missä $x = u + v$, $y = u - v$, toteuttaa osittaisdifferentiaaliyhtälön

$$\frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{u - v}{u^2 + v^2}.$$