K1 $\quad f(\underline{r}) = \dfrac{\underline{a}\cdot\underline{r}}{\underline{b}\cdot\underline{r}}, \quad \underline{b}\cdot\underline{r} \neq 0$

$\underline{a}, \underline{b}$ lin. r:ttomia, vakiovektoreita

Onko olemassa $\lim_{\underline{r}\to 0} f(\underline{r})$?

Jos raja-arvo on olemassa, niin sen täytyy olla sama kaikille suorille $\underline{r} = t\underline{v}$, missä siis $\underline{b}\cdot\underline{v} \neq 0$.

Rohkeasti katsotaan ensin $\underline{r}_1 = t\underline{a}$ ja
$\underline{r}_2 = t\underline{b}$.

Saadaan $\dfrac{\|\underline{a}\|^2}{\underline{b}\cdot\underline{a}} = \dfrac{\underline{a}\cdot\underline{b}}{\|\underline{b}\|^2}$

$\Rightarrow$ sisätulon määritelmästä $\cos\measuredangle(\underline{a}, b) = \pm 1$

$\Rightarrow$ lin. r:vat RR

Toisaalta, jos $\underline{a}\cdot\underline{b} = 0$, niin

$\underline{r}_1 = t\underline{b}$
$\underline{r}_2 = t\underline{a} + s\underline{b}$ $\qquad$ V: Ei ole olemassa.

antavat eri rajat.

K2

(c) $\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = r\sin\theta\cos\theta$

Valitaan $f(0,0)=0$

(d) $\dfrac{\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}-1}{x^2+y^2}$

$$= \frac{(1+x^2)(1+y^2)-1}{(x^2+y^2)\left(\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}+1\right)}$$

$$= \frac{x^2+y^2+x^2y^2}{(\qquad)(\qquad)} \longrightarrow \frac{1}{2}, \text{ kun } (x,y) \to (0,0)$$

(e) $\dfrac{\ln(1+x^2+y^2)}{x^2+y^2} = *$

$e^x \approx 1+x \implies x \approx \ln(1+x)$

origon ympäristössä

$$\implies * = \frac{x^2+y^2}{x^2+y^2} = 1 \text{ rajalla.}$$