



Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

MS-A0201

Hakula/Metsälampi

Harjoitukset, Viikko 6A, 2023

---



## Määritelmistä

**TEHTÄVÄ M1** Sovitetaan positiivinen mittausdata  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , käyrälle  $y = Kx^s$ . Etsi vakiot  $K$  ja  $s$ .

**TEHTÄVÄ M2** Kirjoita Newtonin menetelmä systeemille

$$f(x, y, z) = 0, \quad g(x, y, z) = 0, \quad h(x, y, z) = 0.$$

Etsi pintojen  $y^2 + z^2 = 4$ ,  $x^2 + z^2 = 3$  ja  $x^2 - z = 1$  leikkauspiste 1. oktantissa numeerisesti Newtonin menetelmällä. Matemaattisten ohjelmistojen käyttö on suositeltavaa.

## Johdanto

**TEHTÄVÄ J1** Sovita paraabeli  $y = p + qx^2$  mittausdataan  $(x_i, y_i) = (1, 0.11), (2, 1.62), (3, 4.07), (4, 7.55), (6, 17.63), (7, 24.20)$ . Arvioi mahdollista mittaustulosta, kun  $x = 5$ .

**TEHTÄVÄ J2** Muodosta Newtonin menetelmän mukainen matriisi-muotoinen iteraatiokaava yhtälöparille

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 2xy^5, \\ x^6 + x^2 + y^4 = 4. \end{cases}$$

Etsi tämän avulla yksi yhtälöparin kaikkiaan neljästä (reaalisesta) ratkaisusta.

## Kotitehtävät

TEHTÄVÄ K1 Etsi vakiot  $a, b, c$  siten että integraali

$$\int_{-1}^1 (x - a \sin \pi x - b \sin 2\pi x - c \sin 3\pi x)^2 dx$$

minimoituu. Mikä on kyseinen integraalin arvo?

TEHTÄVÄ K2 Etsi yhtälöryhmän

$$\begin{cases} x + \sin^2(xy) + \cos^3 y = 0 \\ y + \sin^3(x^2 + y^2) + \cos^5(x + y) = 0 \end{cases}$$

lähinnä origoa oleva ratkaisu kaksiulotteisella Newtonin iteraatiolla. Valitse lähtöarvoiksi  $x_0 = -1, y_0 = -0.5$ . Saatko iteraation suppene-  
maan jotakin muuta juurta kohti jollain toisella lähtöarvolla?

## Vastauksia

TEHTÄVÄ M1

**V: 1** Ota ensin logaritmit! Pienimmän neliosuunnan minimointi on ei-triviaali! Tämä on perustelu sille, miksi tieteellisessä kirjallisuudessa logaritmitset kuvaajat ovat niin yleisiä.

TEHTÄVÄ M2

**V: 2** Tarkka vastaus  $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}, z = 1$ . Alkuarvauksella  $x_0 = y_0 = z_0 = 2$  menetelmän pitäisi olla kohtuullisen tarkka jo neljän askelen jälkeen.