



Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

MS-A0201

Hakula/Metsälampi

Harjoitukset, Viikko 7B, 2023



Poikkeuksellisesti jaossa on neljä johdantotehtävää, joita voi käyttää integroinnin kertauksena. Kotitehtävät on erikseen ilmoitetulla tavalla korvattu kahdella Stack-tehtävällä.

Määritelmistä

TEHTÄVÄ M1 Taso $2x + y + z = 2$ leikkaa suorakulmaisen suuntais-särmiön $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$, $0 \leq z \leq 1$, kahteen osaan, joista origon sisältävä on integroimisalue D . Määritä D :n tilavuus ja keskiön koordinaatti \bar{z} .

TEHTÄVÄ M2 Kappale S muodostuu 1. oktantissa sijaitsevista pisteistä (x, y, z) jotka lisäksi toteuttavat ehdot $x + y + 2z \leq 2$ ja $y + z \leq 1$. Määritä S :n tilavuus ja keskiön koordinaatti \bar{x} .

TEHTÄVÄ J1 Käyrät $y = x^k$ ja $x = y^k$ ($k > 0$, $k \neq 1$) rajoittavat tasoalueen ensimmäisessä neljänneksessä. Laske tämän keskiö. Miten keskiö käyttäytyy, kun $k \rightarrow \infty$?

TEHTÄVÄ J2 Ympyräalueen neljännekselle $\{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq R\}$ on levitetty massa, jonka pintatiheys on $\rho(x, y) = x$. Etsi massakeskipiste.

TEHTÄVÄ J3 Olkoon $k > 0$. Määritä tasoalueen

$$G = \left\{ (x, y) \mid x^4 < y < \frac{kx^2 + 1}{k + 1} \right\}$$

keskiö ja tutki, millä parametrin k arvoilla se ei kuulu alueeseen G .

TEHTÄVÄ J4 Pyramidissa, jota reunustavat tasot $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = a$, on massatiheys $\rho(x, y, z) = z$. Laske massakeskipiste. Oletetaan $a > 0$.

Haaste

Etsi R -säteisen ympyräkuvion hitausmomentti keskipisteen suhteen.

Vastauksia

TEHTÄVÄ M1

$$\mathbf{V: 1} \quad 7/12, 11/28.$$

TEHTÄVÄ

M2

$$\mathbf{V: 2} \quad 1/2, 7/12.$$

TEHTÄVÄ J1

$$\mathbf{V: 3} \quad X = Y = \frac{(k+1)^2}{(k+1)^2 - 2k} (X, Y) \rightarrow (1/2, 1/2) \text{ kun } k \rightarrow \infty.$$

TEHTÄVÄ J2

$$\mathbf{V: 4} \quad \left(\frac{16}{3\pi}R, \frac{8}{3}R\right).$$

TEHTÄVÄ J3

$$\mathbf{V: 5} \quad \left(0, \frac{k^2 + 5k + 10}{3(k+1)(k+6)}\right); (X, Y) \notin G, \text{ kun } k \geq 2.$$

TEHTÄVÄ J4

$$\mathbf{V: 6} \quad (a/5, a/5, 2a/5).$$