6B Hypoteesintestaus

Tämä on viimeinen harjoituspaketti, ja tässä on vain tuntitehtäviä. Tehtäviin kannattaa valmistautua tutustumalla luentoon 6A ja luentomonisteen lukuun 11.

Tuntitehtävät

6B1 (Naulatehdas) Tehdas valmistaa nauloja, joiden keskipituuden tulisi olla 10.00 cm. Valmistusprosessin epätarkkuuksien vuoksi naulojen pituudet ovat satunnaisia, normaalijakaumalla jolla on tuntematon odotusarvo μ ja tuntematon keskihajonta σ. Laadunvalvontaa varten mitattiin 120 naulaa. Mitattujen naulojen pituuden keskiarvo oli 10.08 cm ja keskihajonta 0.40 cm. Datajoukkoa pidetään "suurena datajoukkona", eli datan keskihajontaa käytetään sellaisenaan datalähteen keskihajonnan σ estimaattina eikä siihen liittyvää epävarmuutta huomioida.

(a) Laske tuntemattomalle odotusarvoparametrille μ luottamusväli luottamustasolla 95%.

(b) Laske tuntemattomalle odotusarvoparametrille μ luottamusväli luottamustasolla 99%.

(c) Laske p-arvo testille, jossa nollahypoteesina on, että $\mu = 10.00$, ja vastahypoteesina sen komplementti.

(d) Käyttäen c-kohdan p-arvoa, hylätäänkö nollahypoteesi merkitsevyystasolla $\alpha = 0.05$?

(e) Käyttäen c-kohdan p-arvoa, hylätäänkö nollahypoteesi merkitsevyystasolla $\alpha = 0.01$?

(f) (Vapaaehtoinen lisätehtävä.) Tee kohdat a–e uudestaan huomioiden σ:aan liittyvä epävarmuus, ts. käyttäen standardinormaalijakauman sijasta t-jakaumaa parametrilla $n - 1 = 119$. Vertaa numeerisia tuloksia aiempiin.

T-jakauman kertymäfunktion ja kvantiilifunktion voi laskea R-komennoilla `pt` ja `qt`, tai Matlabin ja Octaven funktioilla `tcdf` ja `tinv`. T-jakauman taulukoita on myös netissä esim. `https://en.wikipedia.org/wiki/Student%27s_t-distribution`.

6B2 (Herneet) Gregor Mendel (1822–1884) oli modernin genetiikan uranuurtajia. Hän tutki muun muassa eräiden ominaisuuksien periytymistä herneissä. Eräiden tutkimusten nojalla hän päätyi seuraavaan tulokseen: Kun hernekasveja risteytetään eräällä tietyllä tavalla, niin kullakin jälkeläisellä on 75% todennäköisyys tuottaa keltaisia herneitä, ja 25% todennäköisyys tuottaa vihreitä herneitä.

Otetaan nollahypoteesiksi Mendelin väite, että kullakin kasvilla on todennäköisyys $\theta = 0.75$ tuottaa keltaisia herneitä. Väitettä tutkittiin tuottamalla 80 risteytettyä kasvia. Havaittiin, että niistä 56 tuotti keltaisia herneitä. Suorita tilastollinen testi luentomonisteen esimerkin 11.1 tapaan ja käytä merkitsevyystasoa $\alpha = 0.05$.

Ohje: Tutki ensin, paljonko havaittu lukumäärä poikkeaa nollahypoteesin mukaisesta odotusarvosta, ja laske tn, että havaitaan ainakin näin suuri poikkeama kumpaan tahansa suuntaan. Älä käytä normaaliapproksimaatiota. Todennäköisyyden komplementtisäännöstä (vastakohdan todennäköisyydestä) voi olla apua laskennassa, jotta ei tarvitse laskea kovin monta termiä.