
ELEC-C1230 Säätötekniikka

Luku 8: Säädetyin järjestelmän hyvyys aika- ja taajuustasossa, suunnittelu taajuustasossa, kompensattorit

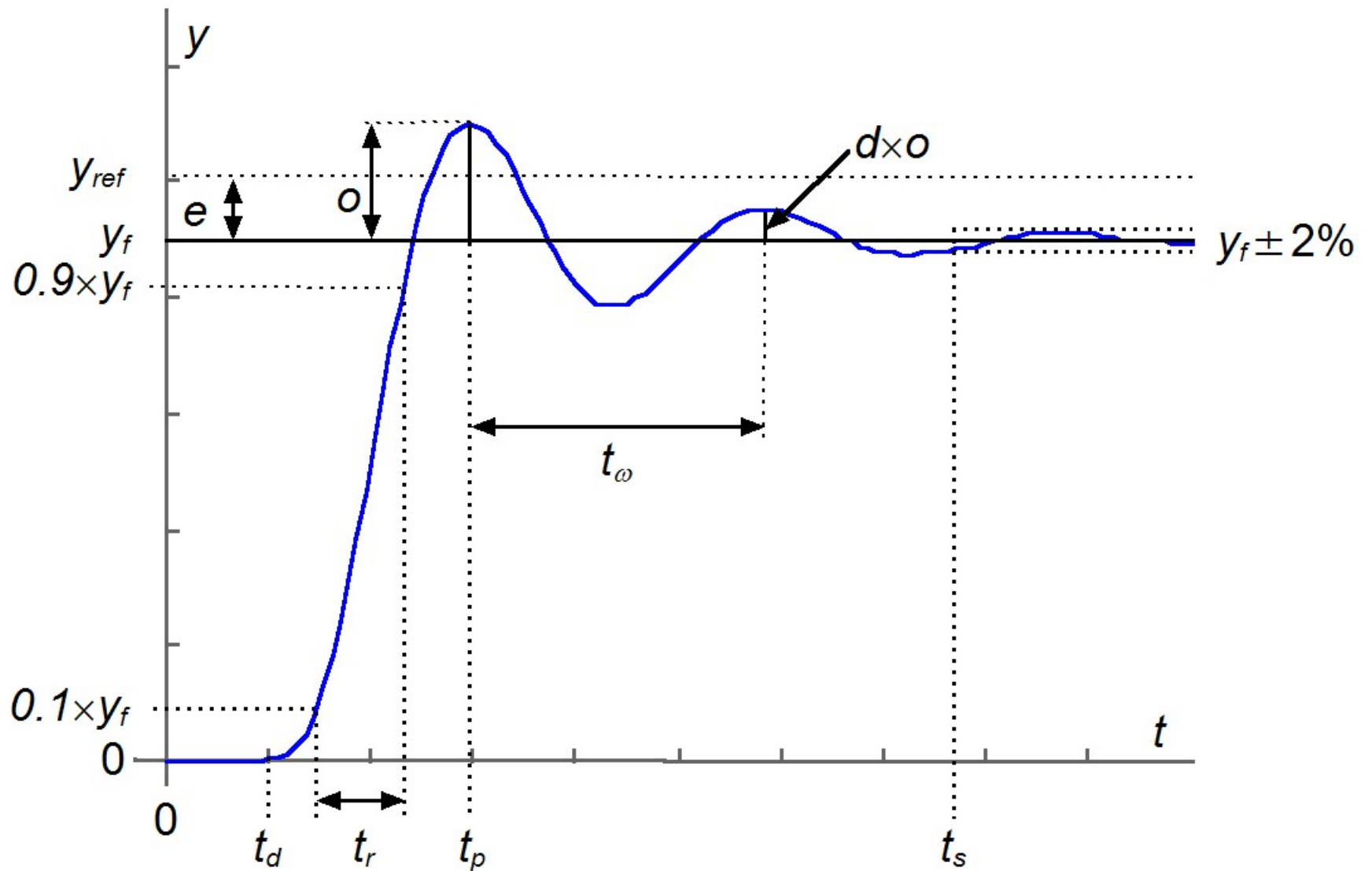
Lukuohje

- Säättöpiirin suorituskyky: aika- ja taajuustason mittarit
- Aikavakio, nousuaika, asettumisaika, ylitys, vaimennus
- Vahvistus- ja vaihevarat, kaistanleveys, resonanssihuippu
- Säättimien viritys em. kriteereillä
- Taajuustason säätimet. Vaiheenjohto- ja vaiheenjättökompen-saattorit

Hyvyyskriteerit

- Aikaisemmilla luennoilla on havainnollistettu, miten systeemien käyttäytymiseen voi vaikuttaa säätämällä niitä. Epästabieleista systeemeistä saadaan stabiileja, värähtelevistä värähtelemättömiä ja hitaista nopeita.
- Tällä luennolla tarkastellaan säädetyin järjestelmän suorituskykyä ja tutkitaan, mikä on hyvää käyttäytymistä sekä käydään läpi säädetyin järjestelmän hyvyyskriteereitä.

Yleinen säädetyin järjestelmän askelvaste

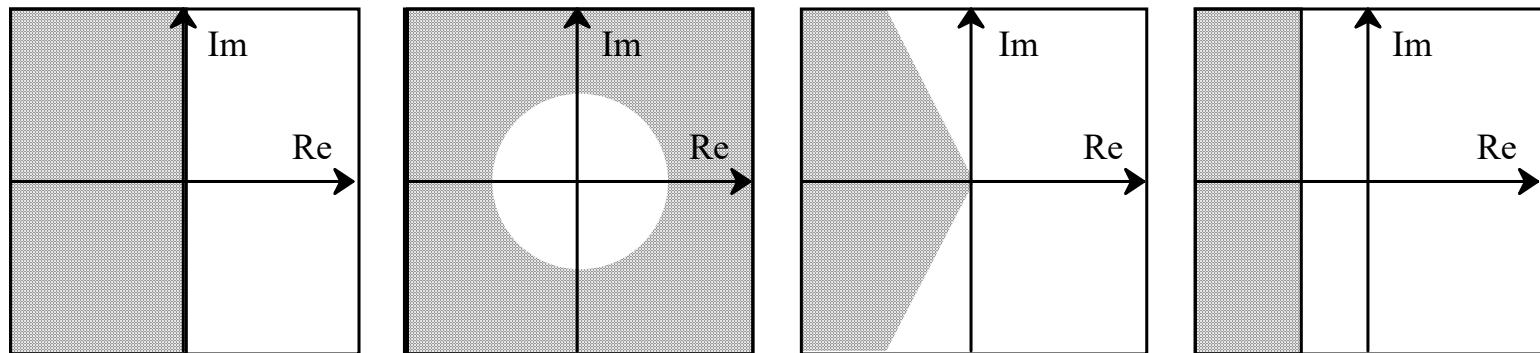


Yleinen säädetyin järjestelmän askelvaste

- Askelvasteen käyttäytymistä kuvataan seuraavilla suureilla
 - t_d = kuollut aika, viive (d ~ dead time)
 - y_f = lopputila (f ~ final)
 - y_{ref} = referenssi, haluttu lopputila
 - e = pysyvä poikkeama, säätöpoikkeama ($e = y_{ref} - y_f$)
 - t_r = nousuaika - usein määritetty ajaksi, joka kuluu, kun vaste nousee arvosta $0.1y_f$ arvoon $0.9y_f$ (r ~ rise).
 - t_ω = värähtelyn jaksonaika
 - t_s = asettumisaika – tavallisimmin määritetty ajaksi, jonka jälkeen vaste pysyy putken $y_f \pm 2\%$ tai $y_f \pm 5\%$ sisällä... vastaavat termit ovat kahden ja viiden prosentin asettumisajat (s ~ settling)
 - t_p = vastehuipun aika (p ~ peak time)
 - o = ylitys (o ~ overshoot)
 - d = vaimennuskerroin (d ~ damping)

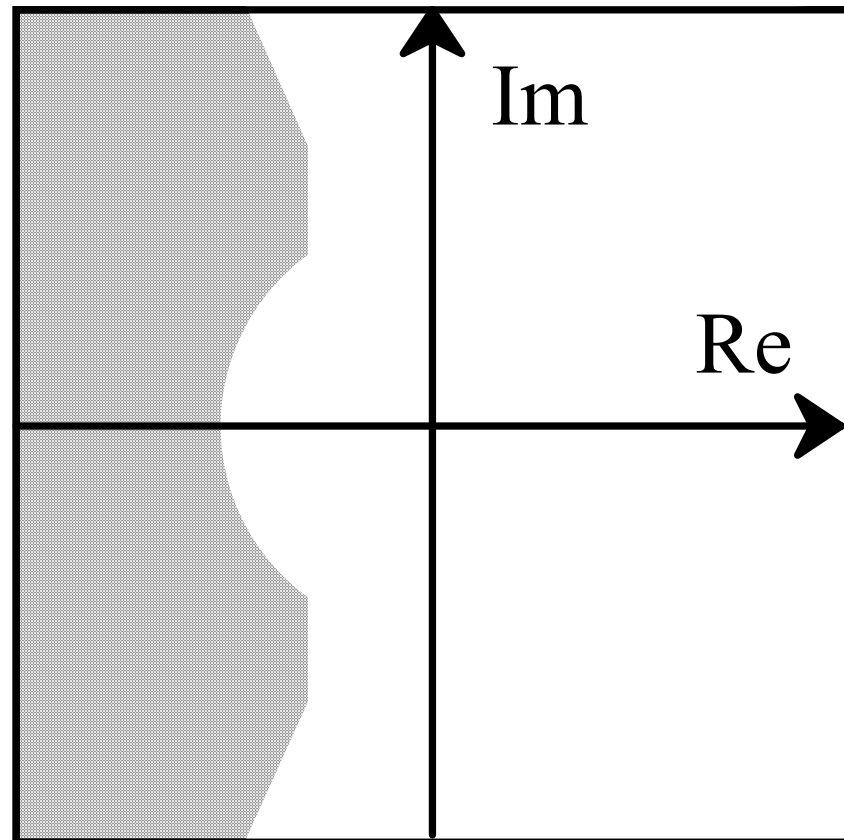
Napa-nollakuvio ja hyvyyskriteerit

- Säädetyin järjestelmän vasteen tahdotaan olevan stabiili eli napojen on oltava vasemmassa puolitasossa
- Säädetyin järjestelmän vasteen on oltava nopea eli napojen on oltava riittävän kaukana origosta
- Säädetty järjestelmä ei saa värähdellä liikaa (vaimennuskertoimen on oltava riittävän suuri) eli napojen ja negatiivisen reaaliakselin välisen kulman on oltava riittävän pieni
- Säädetyin järjestelmän on asetuttava riittävän lyhyessä ajassa (asettumisaika pieni) eli napojen etäisyyden imaginääriakselista on oltava riittävän suuri (negatiivisen reaaliakselin suuntaan).



Napa-nollakuvio ja hyvyyskriteerit

- Hyvin käyttäytyvä vaste saadaan, jos säädetyn järjestelmän dominoivat navat sijaisevat kuvassa esitetyllä alueella.



Säädetty järjestelmä

- Systemin siirtofunktio on $G(s) = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$

- Systemiä säädetään joko P-, PI-, PD- tai PID-säätimellä

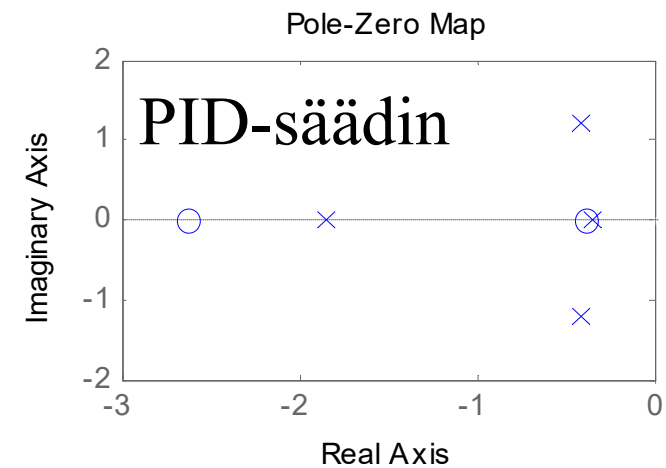
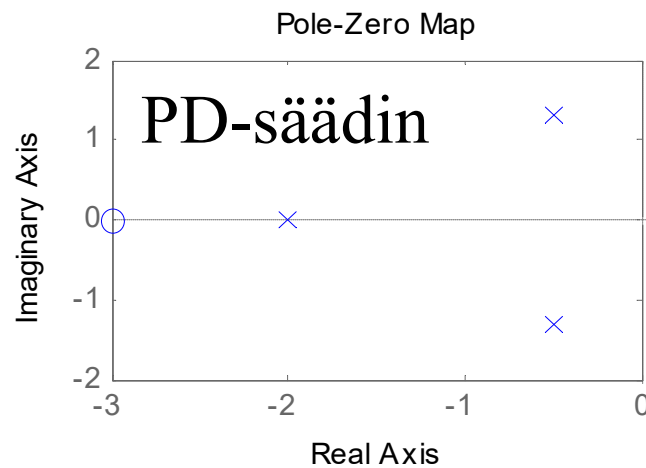
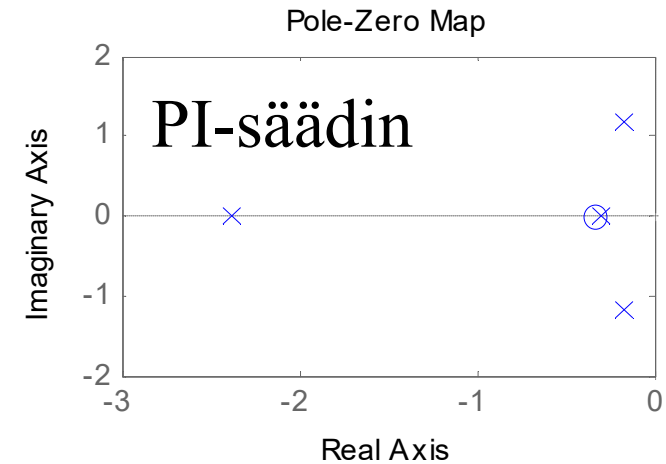
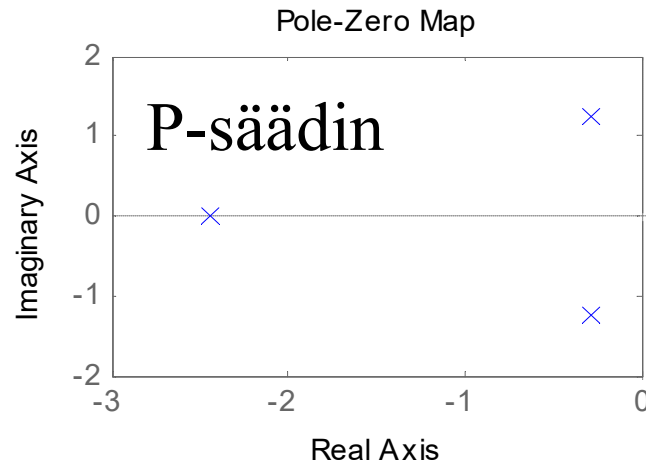
$$G_P(s) = 3, \quad G_{PI}(s) = 3 + \frac{1}{s}, \quad G_{PD}(s) = 3 + s, \quad G_{PID}(s) = 3 + \frac{1}{s} + s$$

- Tutkitaan napa-nollakuviolla, mikä säätimistä (annetuilla virityksillä) sopii parhaiten systemin säätöön.

- `sys1=tf(3,[1 3 3 1]); sys2=tf([3 1],[1 3 3 1 0])`
- `sys3=tf([1 3],[1 3 3 1]); sys4=tf([1 3 1],[1 3 3 1 0])`
- `sys1b=feedback(sys1,1) ...`
- `pzmap(sys1b) ...`

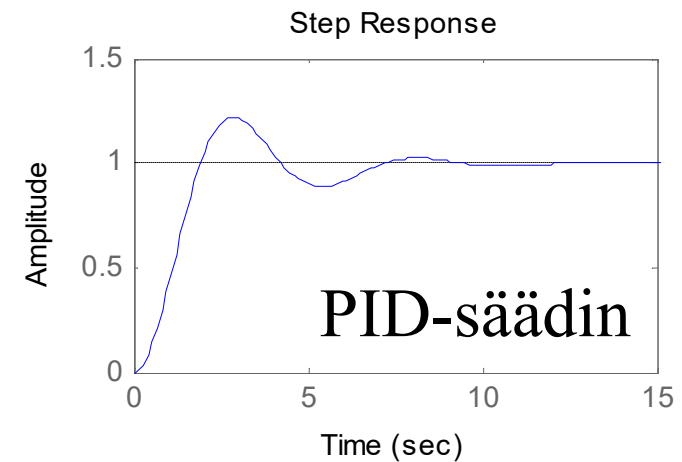
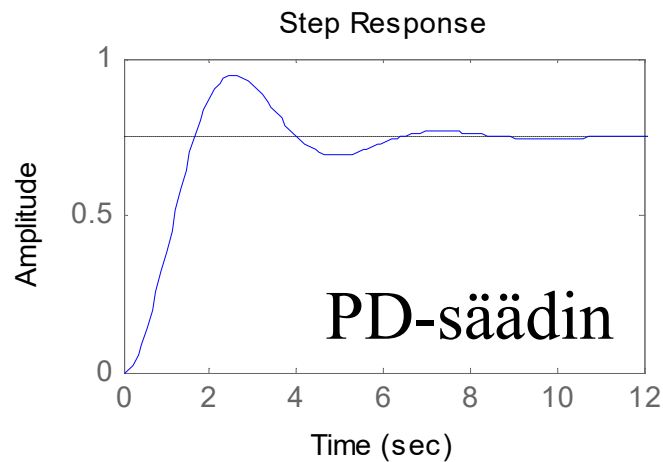
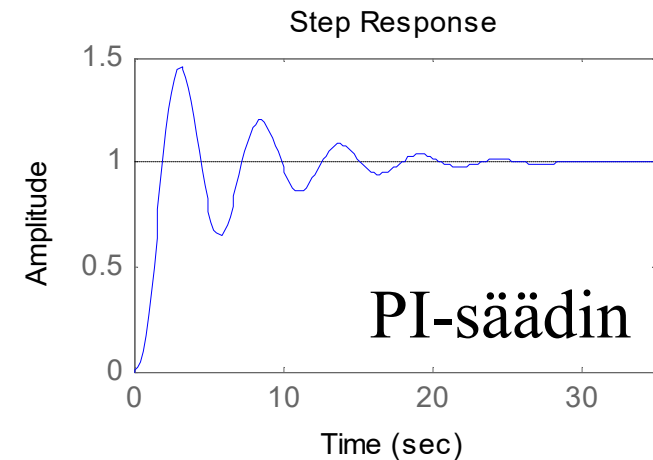
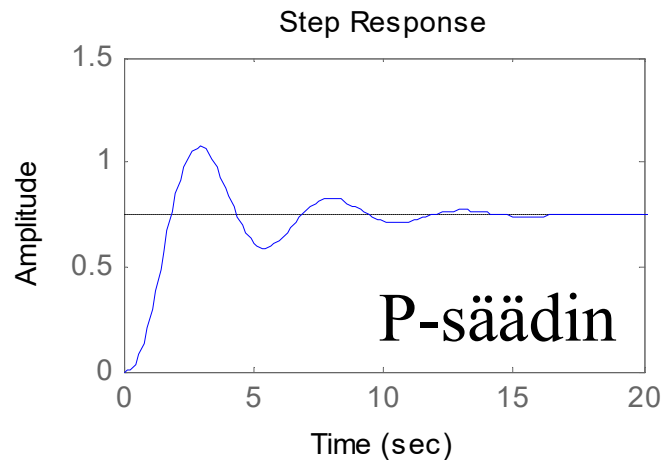
Säädetty järjestelmä

- Saadaan seuraavat säädetyin järjestelmän napa-nollakuviot



Säädetty järjestelmä

- Saadaan seuraavat askelvasteet => PID-säädin on paras



Ylitys (overshoot)

- Tarkastellaan yleistä toisen kertaluvun vastetta, jossa ei ole viivettä eikä nollia:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad Y(s) = \frac{K\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)s}$$

$$\Rightarrow y(t) = K \left(1 - e^{-\zeta\omega_n t} \left(\cos(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t) + \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t) \right) \right)$$

- Vasteen ääriarvot saadaan, kun $y(t)$ derivoidaan t :n suhteen ja derivaattojen nollakohdat ratkaistaan. Ääriarvokohdissa:

$$\sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t) = 0 \Rightarrow \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t = 0, \pi, 2\pi, \dots$$

- Ensimmäinen huippu (maksimiylitys stabiileilla systeemeillä) saadaan, kun

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow y(t_p) = K + Ke^{-\left(\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

Ylitys (overshoot)

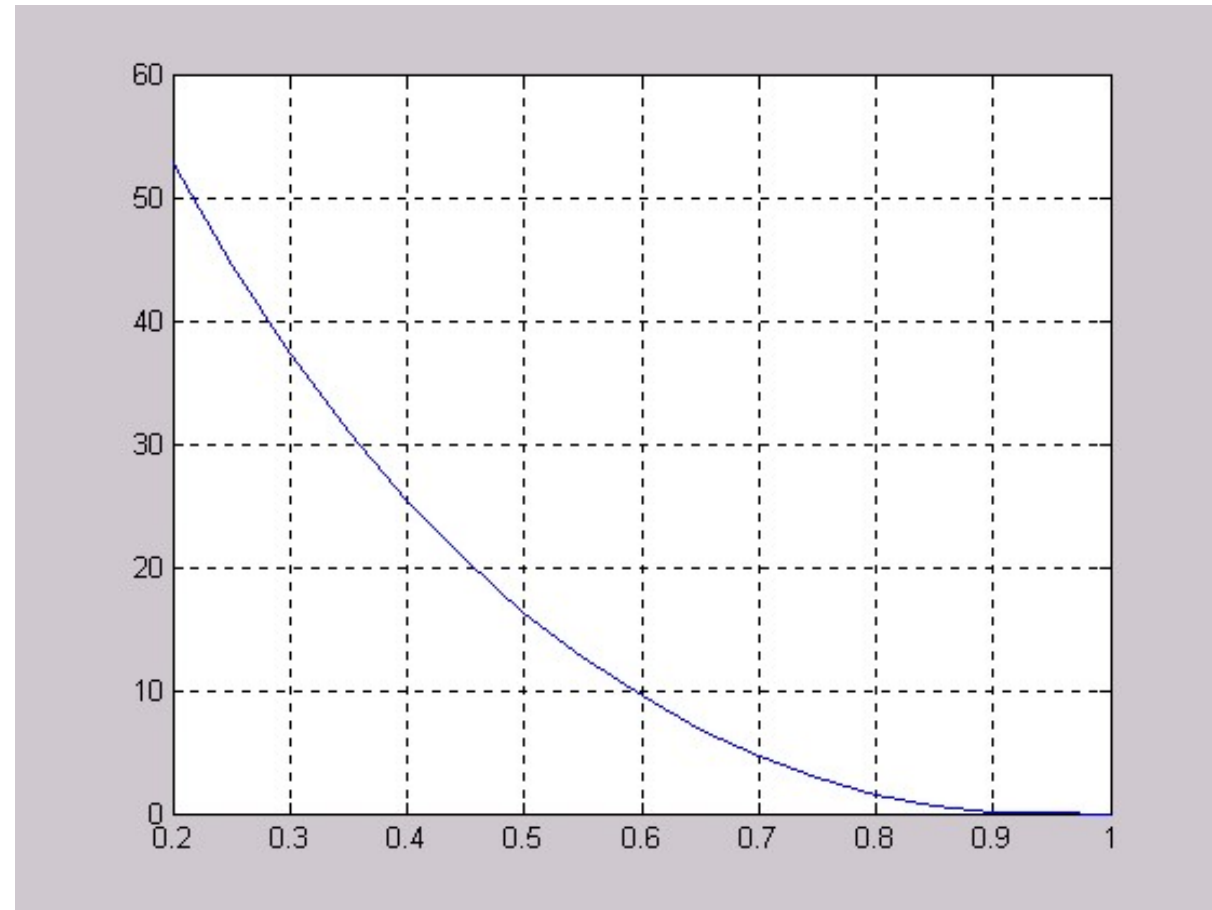
- Koska K on loppuarvo, niin ylityksen osuus vasteesta on:

$$o = Ke^{-\left(\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

- Ylitys esitetään tavallisesti prosentteina loppuarvosta:

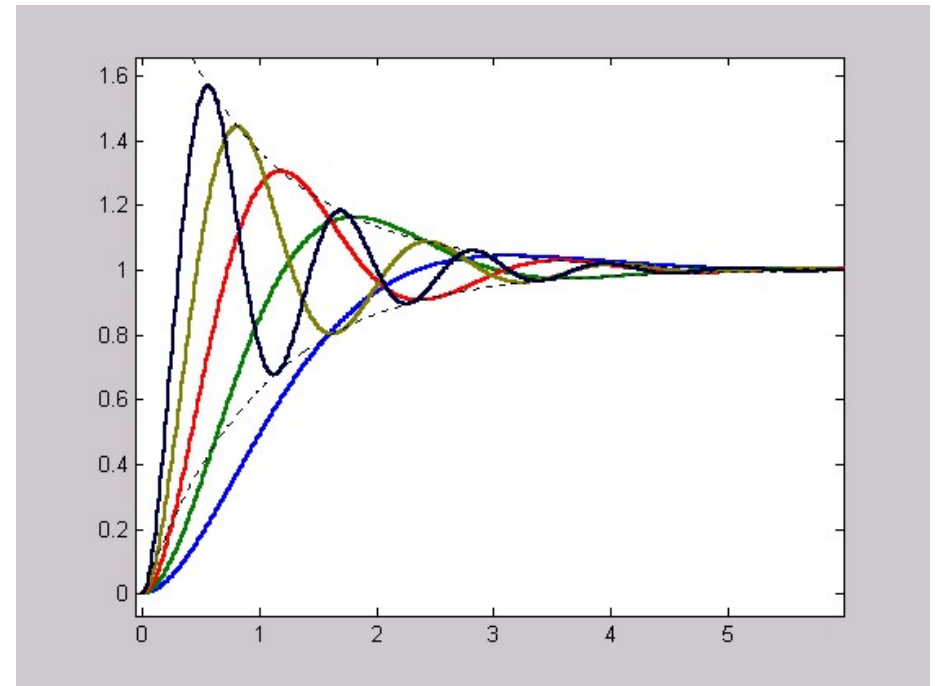
$$\%OS = 100e^{-\left(\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

- Kuvassa on esitetty prosentuaalinen ylitys, kun vaimennussuhde saa arvoja välillä $[0.2, 1.0]$



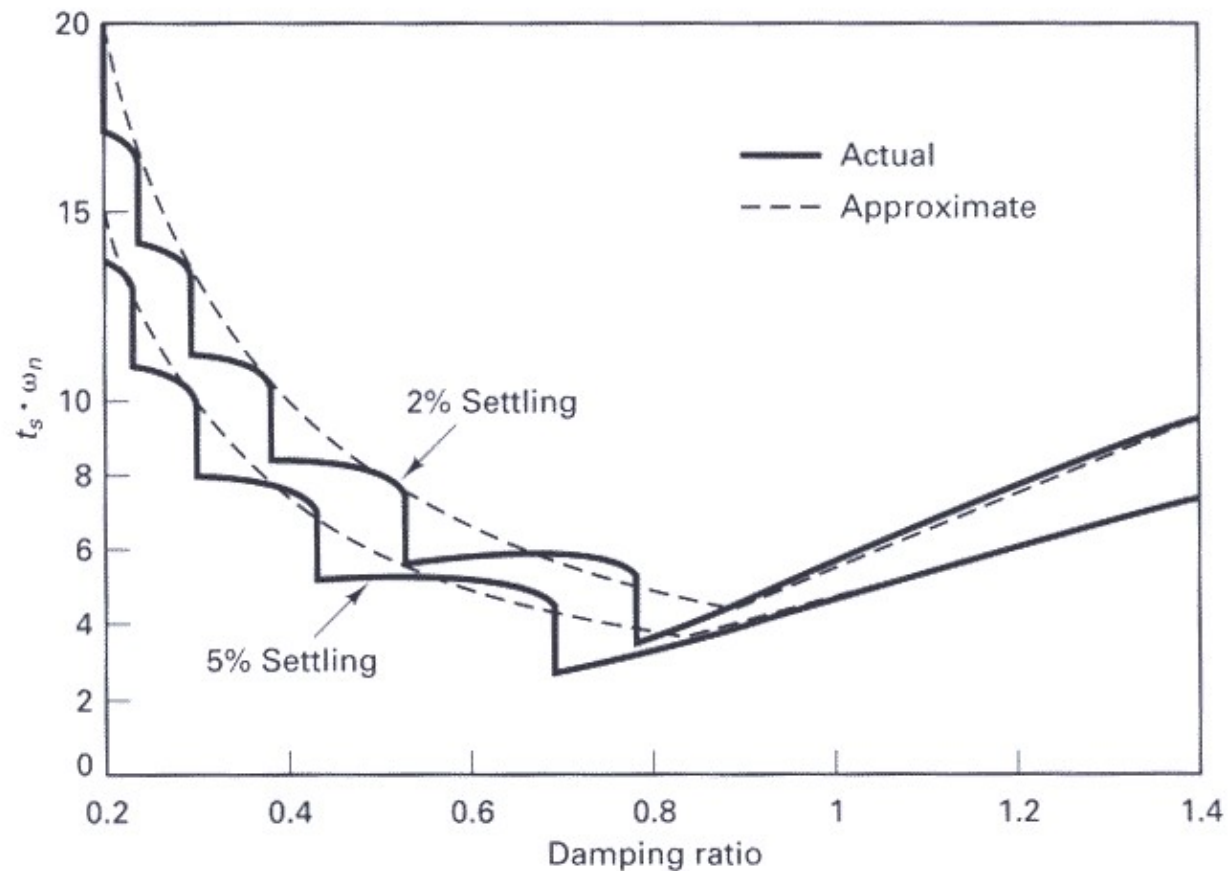
Asettumisaika (settling time)

- Kun säädetyin järjestelmän navat ovat aidosti kompleksisia, niin vaste värähtelee eksponentiaalisen varjokäyrän sisällä (varjokäyrän eksponentiaalisesta pienenemisen määrittelee dominoivan napaparin reaaliosa).
- Varjokäyrän avulla voidaan määrätä konservatiivinen arvio asettumisajalle: kun varjokäyrä on $\pm 2\%$ tai $\pm 5\%$ etäisyydellä loppuarvosta, niin vastekin on.
- Todellisuudessa tarkka asettumisaika riippuu vasteen värähtelyn taajuudesta ja vaiheesta. Sopivalla taajuudella vaste sujahtaa haluttujen rajojen sisälle huomattavasti varjokäyrää aikaisemmin



Asettumisaika (settling time)

- Tarkalle asettumisajalle ja systeemin vaimennussuhteelle saadaan kuvassa esitetty riippuvuus (kun vaimennussuhde on ykköstä suurempi, niin järjestelmästä tulee ylivaimennettu ja se hidastuu).



Asettumisaika (settling time)

- Usein asettumisajalle käytetään yksinkertaisia approksimaatioita (esitetty edellisessä kuvassa katkoviivoilla).

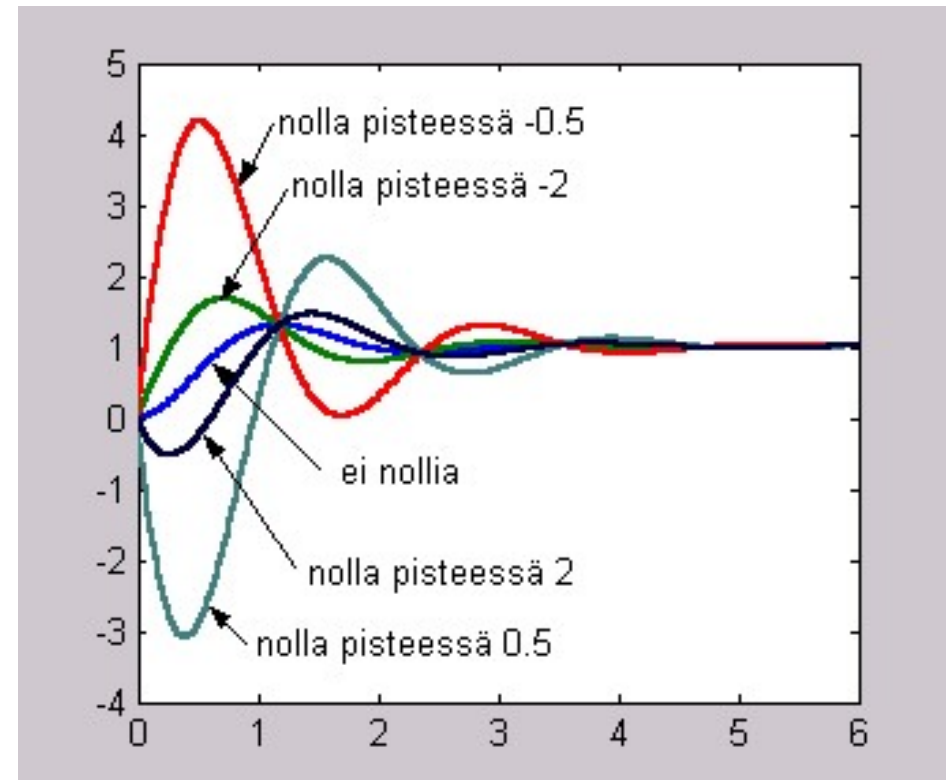
$$t_s(2\%) \approx \begin{cases} \frac{4}{\zeta\omega_n}, & \zeta \leq 0.88 \\ \frac{10\zeta - 4.2}{\omega_n}, & 0.88 < \zeta \leq 1.4 \end{cases}$$

$$t_s(5\%) \approx \begin{cases} \frac{3}{\zeta\omega_n}, & \zeta \leq 0.83 \\ \frac{7\zeta - 2.2}{\omega_n}, & 0.83 < \zeta \leq 1.4 \end{cases}$$

Nollien vaikutus vasteeseen

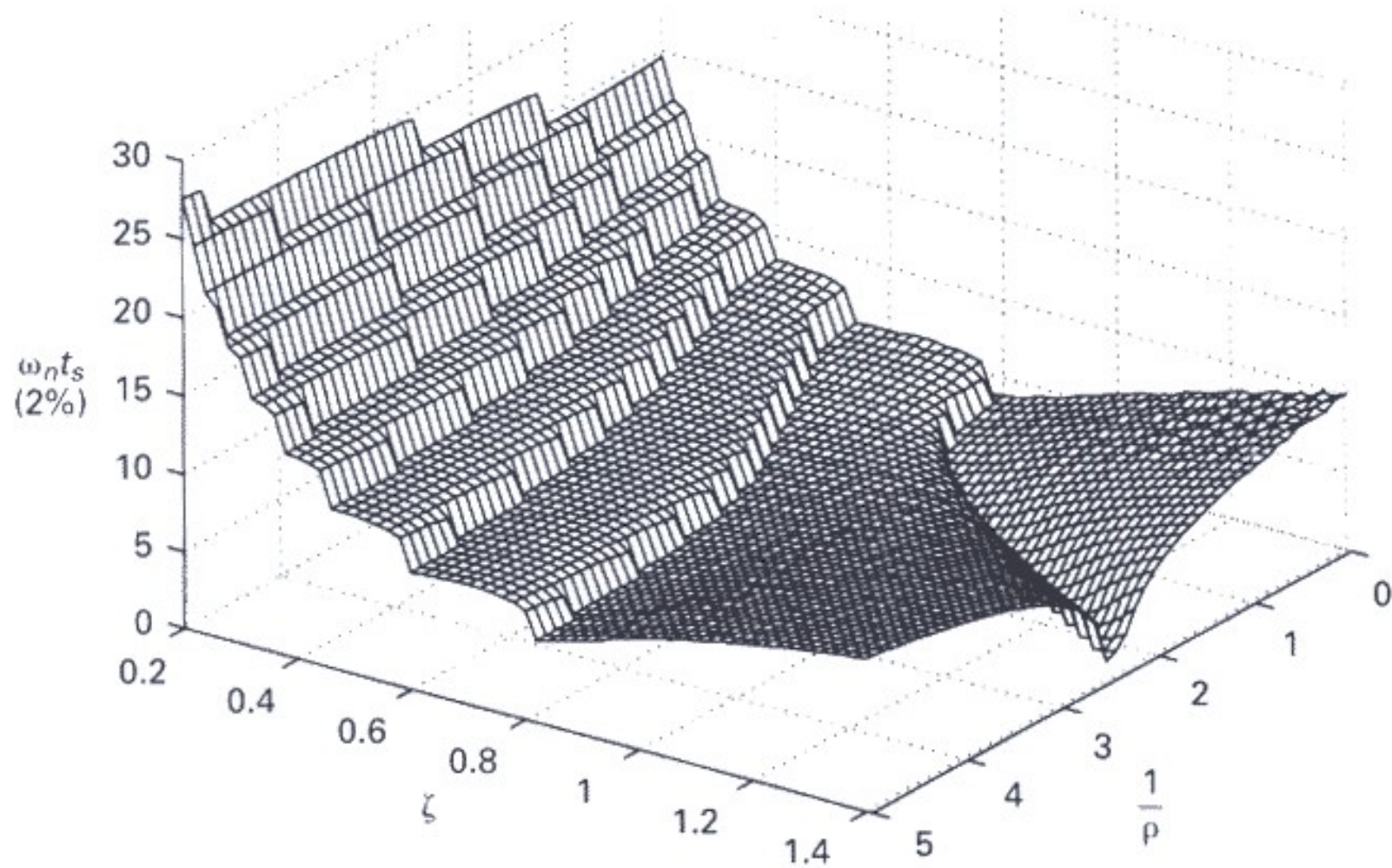
- Edellisistä luennoista tiedetään, että nollien vaikutus näkyy vasteen alkukäyttäytymisessä.
- Kuvasta nähdään, että nollat vaikuttavat selvästi sekä ylitykseen että asettumisaikaan.
- Tarkastellaan yleistä tapausta:

$$G_{TOT}(s) = \frac{K\omega_n^2 \left(\frac{s}{\rho\omega_n} + 1 \right)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



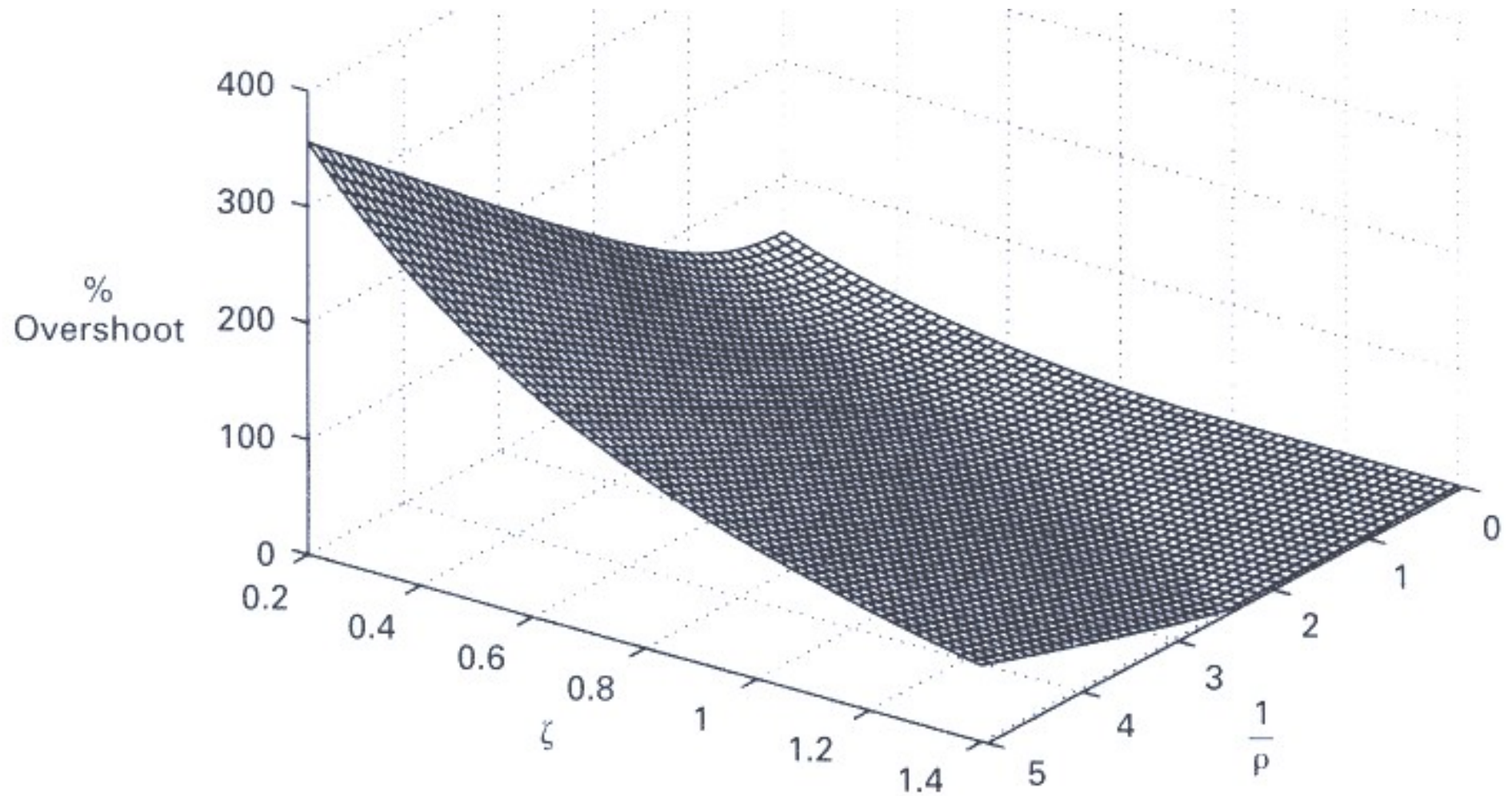
Nollien vaikutus vasteeseen

- Tällöin saadaan asettumisajalle:



Nollien vaikutus vasteeseen

- Ja ylitykselle:



Nollien vaikutus vasteeseen

- Taulukon elementtien ylempi numero on prosentuaalinen ylitys ja alempi 2% asettumisaika
- Vahvennettujen rajojen sisällä on alue, jossa $OS\% < 10\%$ ja $t_s(2\%) < 6/\omega_n$

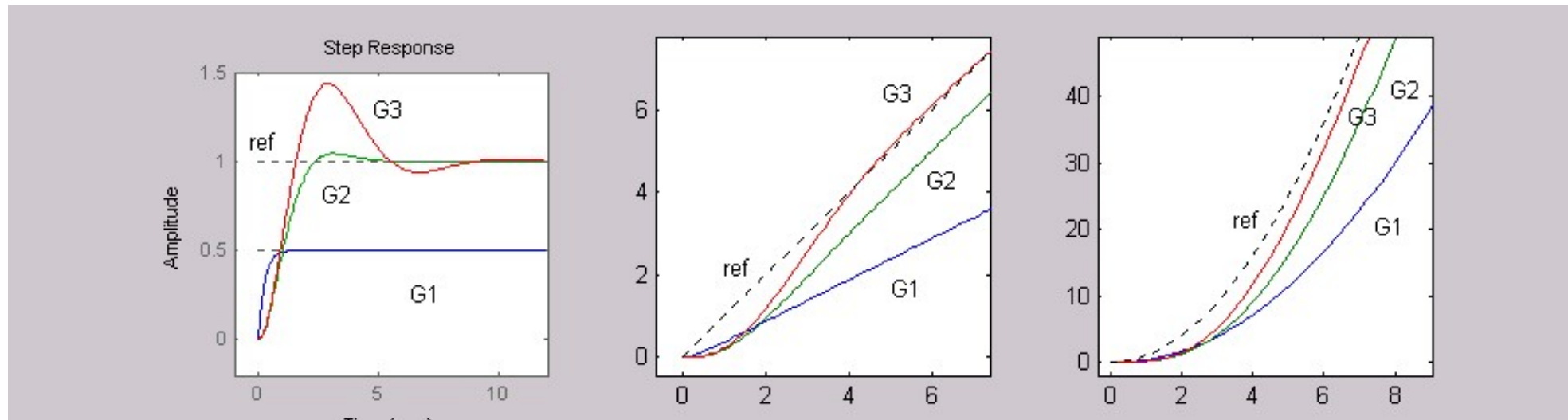
		ζ											
		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3		
inf.		25 8.4	16 8.1	9.5 5.9	4.6 5.9	1.5 3.8	0.15 4.7	0 5.8	0 6.9	0 7.9	0 8.9	inf.	
4		26 8.2	17 7.9	9.8 5.7	4.8 5.7	1.6 3.5	0.16 4.4	0 5.6	0 6.7	0 7.7	0 8.6	4	
2		29 7.9	19 7.7	11 5.4	5.6 5.5	1.9 3.0	0.20 4.0	0 5.2	0 6.3	0 7.3	0 8.3	2	
1		43 10	30 7.5	19 4.9	11 5.1	5.1 5.0	1.1 2.6	0 3.9	0 5.3	0 6.5	0 7.5	1	
0.8	ρ	53 10	38 7.5	26 6.9	17 4.9	9.2 5.0	3.5 4.5	0.17 2.7	0 4.4	0 5.9	0 7.0	0.8	
0.6		72 10	55 7.4	41 7.2	30 4.8	20 5.1	12 5.1	5.5 4.7	0.78 1.9	0 3.8	0 5.6	0.6	
0.5		89 10	70 7.4	54 7.3	42 4.7	31 5.1	21 5.4	14 5.4	6.9 4.9	1.7 1.5	0 3.1	0.5	
0.4		120 10	94 9.7	76 7.4	61 7.0	49 5.1	38 5.6	28 6.0	20 6.1	13 5.9	7.0 5.1	0.4	
		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3		
		ζ											

Pysyvä poikkeama, virhekertoimet ja prosessiluokat

- Mikäli erosuure (referenssin ja mitatun vasteen erotus) ei lähesty nollaa ajan lähestyessä ääretöntä, niin järjestelmään jää pysyvä poikkeama e_{ss} .

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} \{e(t)\}$$

- Systeemit jaetaan eri luokkiin riippuen siitä, millaisilla signaaleilla säädettyyn järjestelmään jää pysyvä poikkeama. Jos järjestelmään jää pysyvä poikkeama askelherätteellä, niin se on tyyppiä nolla (G1), jos sille jää pysyvä poikkeama pengherätteellä, niin se on tyyppiä yksi (G2) ja jos sille jää pysyvä poikkeama parabolisella herätteellä, niin se on tyyppiä kaksi (G3).



Pysyvä poikkeama, virhekertoimet ja prosessiluokat

- Edellisen kalvon systeemeistä G1 on tyyppiä nolla, G2 tyyppiä yksi ja G3 tyyppiä 2.
- Niiden avoimen silmukan siirtofunktiot ovat muotoa

$$G_{OL}(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{s^k \cdot Q^*(s)}$$

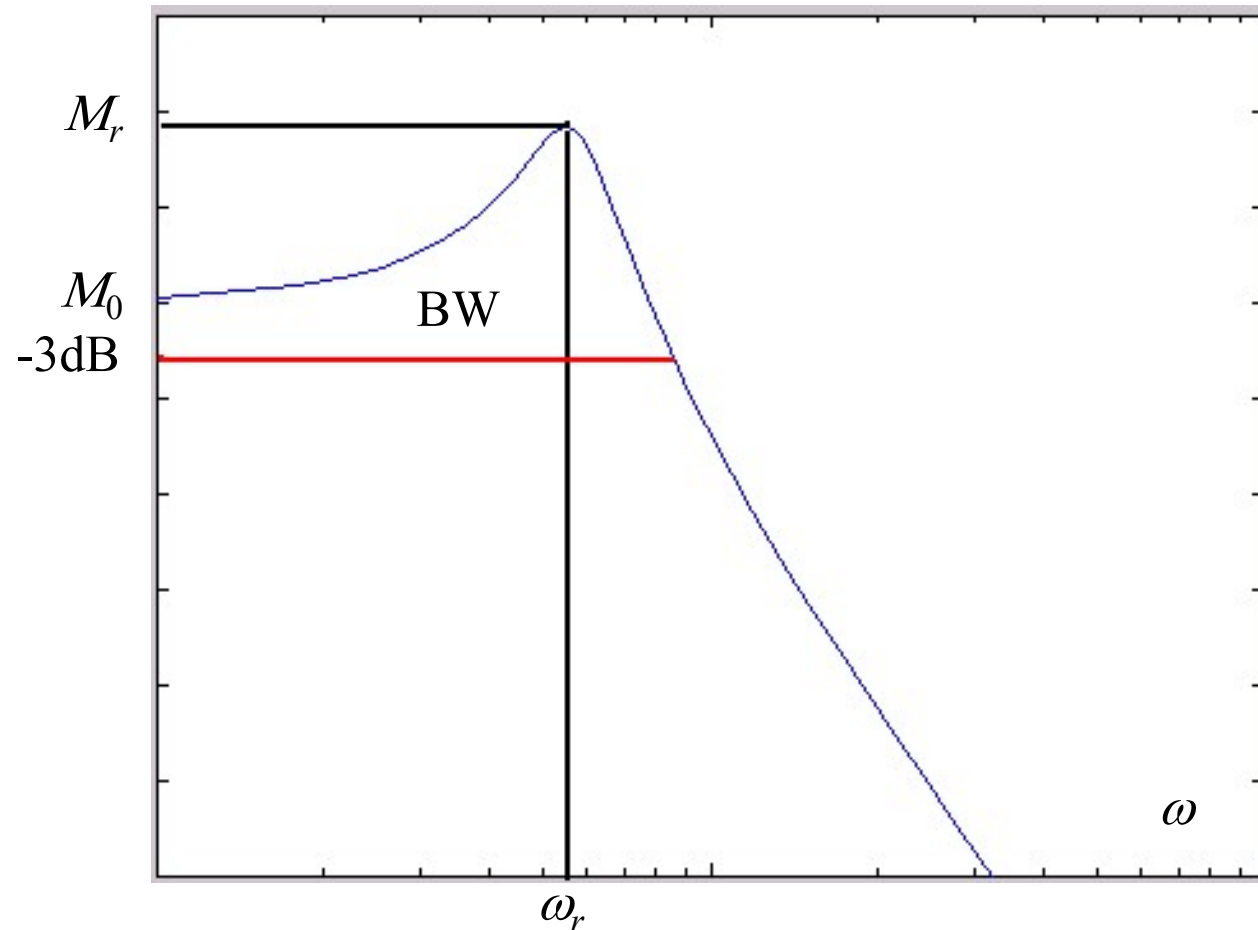
- $Q^*(s)$ on määritelty siten, että sillä ei ole juuria origossa, jolloin k määrää suoraan systeemin tyyppin ($k = 0 \rightarrow$ systeemi on tyyppiä nolla).
- Oheisessa taulukossa on pysyvät poikkeamat

Virhekertoimet (error constants)		Type	Input		
			a_0	$a_1 t$	$a_2 t^2$
(position)	$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \{G_{OL}(s)\}$	0	$\frac{a_0}{1 + K_p}$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
(velocity)	$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \{s \cdot G_{OL}(s)\}$	1	0	$\frac{a_1}{K_v}$	$\pm\infty$
(acceleration)	$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \{s^2 \cdot G_{OL}(s)\}$	2	0	0	$\frac{2a_2}{K_a}$

Usein yhdeksi suunnittelukriteeriksi otetaan haluttu virhekertoimen arvo.

Taajuustason kriteerit

- Taajuustasossa yleinen (toisen kertaluvun) taajuusvasteen vahvistuskäyrä on muotoa:
 - BW = Kaistanleveys (bandwidth)
 - ω_r = Resonanssitaajuus
 - M_r = Resonanssihuippu
 - M_0 = Stationääritilan vahvistus



Värähtelyn resonanssi ja kaistanleveys

- Resonanssitaajuus ω_r

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

- Resonanssihuippu M_r

$$M_r = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

- Kaistanleveys BW

$$BW = \omega_n \left[(1 - 2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Mitä suurempi kaistanleveys, sitä nopeampi systeemi. Kaistanleveys määritetään yleensä suljetulle systeemille, sillä nimenomaan sen nopeudesta ollaan kiinnostuneita.

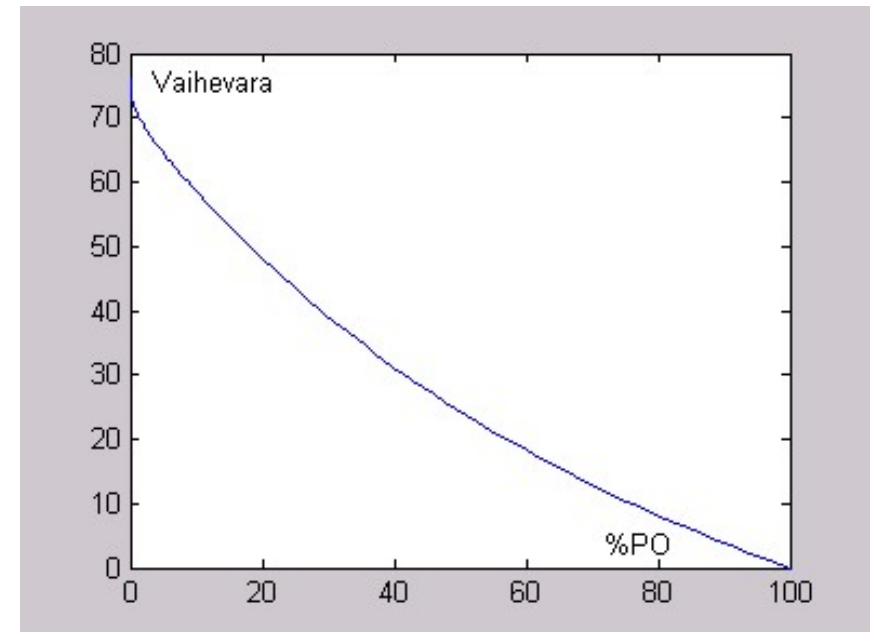
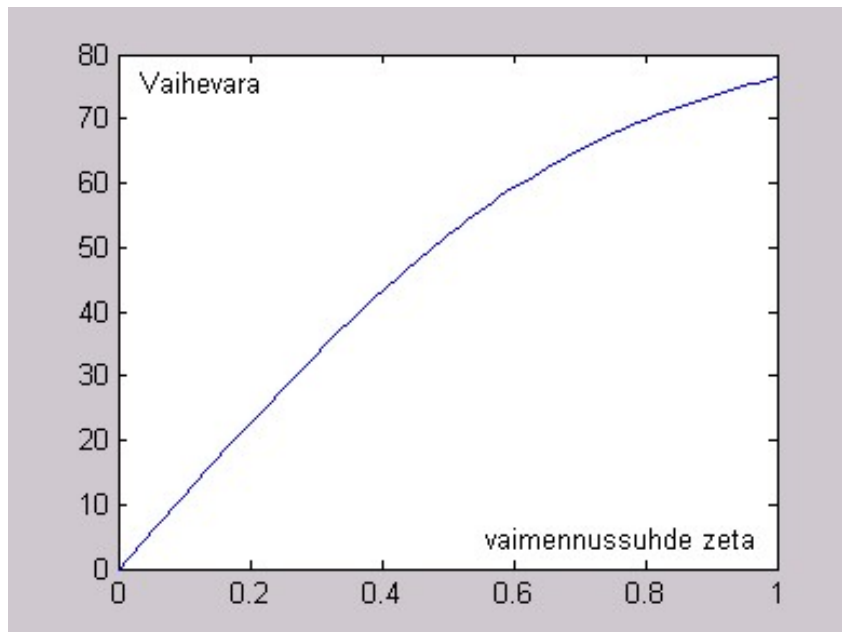
Avoimen silmukan taajuusvaste

- Avoimen silmukan taajuusvaste ja säädetyin järjestelmän käyttäytyminen riippuvat toisistaan
 - Säädetyin järjestelmän käyttäytyminen taajuustasossa
 - Nicholsin kartta
 - Säädetyin järjestelmän käyttäytyminen aikatasossa
 - Peukalosäännöt, jotka on johdettu yksinkertaisista perusmalleista - kuten yleisestä toisen kertaluvun systeemistä. Nämä peukalosäännöt perustuvat usein pelkästään vahvistus- ja vaihevaroihin, jolloin säännöt eivät välttämättä päde kaikille systeemeille.
 - Toisen kertaluvun järjestelmälle pätee seuraava avoimen silmukan vaihevaran ja vaimennussuhteen välinen riippuvuus

$$PM = \arctan \left(2\zeta \frac{1}{\left(\sqrt{4\zeta^4 + 1} - 2\zeta^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right)$$

Vaihevara ja ylitys

- Vaihevaran ja vaimennussuhteen välille saadaan vasemmalla esitetty graafinen riippuvuus.
- Prosentuaalisen ylityksen ja vaihevaran välille saadan kuvassa oikealla esitetty riippuvuus.



Säädetty järjestelmä

- Systemin siirtofunktio on $G(s) = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$

- Systemiä säädetään joko P-, PI-, PD- tai PID-säätimellä

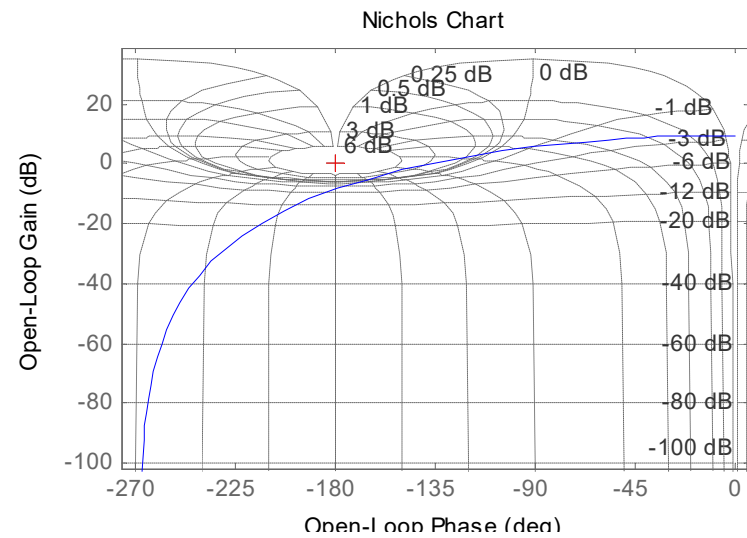
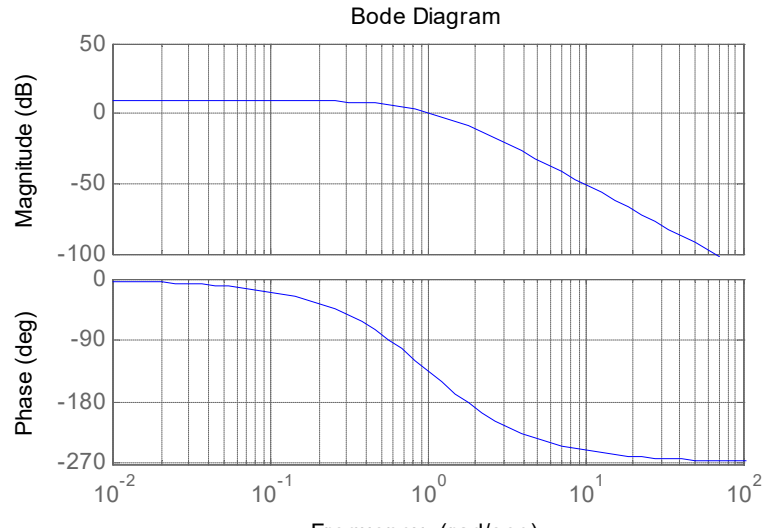
$$G_P(s) = 3, \quad G_{PI}(s) = 3 + \frac{1}{s}, \quad G_{PD}(s) = 3 + s, \quad G_{PID}(s) = 3 + \frac{1}{s} + s$$

- Tutkitaan taajuustasossa, mikä säätimistä (annetuilla virityksillä) sopii parhaiten systemin säätöön.

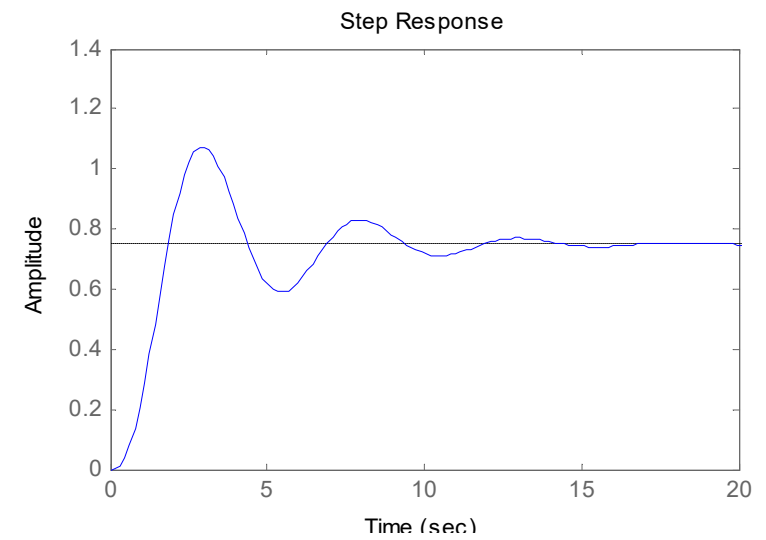
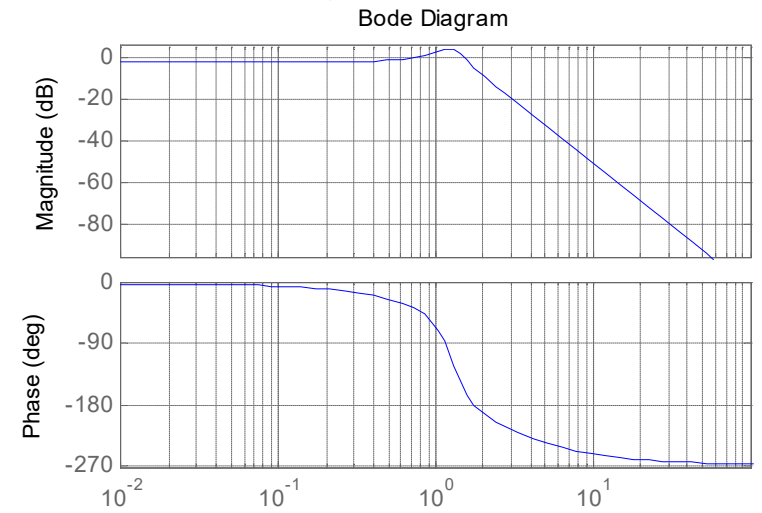
- `sys1=tf(3,[1 3 3 1]); sys2=tf([3 1],[1 3 3 1 0])`
- `sys3=tf([1 3],[1 3 3 1]); sys4=tf([1 3 1],[1 3 3 1 0])`
- `bode(sys1);nichols(sys1);grid`
- `sys1b=feedback(sys1,1)`
- `bode(sys1b);step(sys1b)`

Säädetty järjestelmä (P-säädin)

Avoim

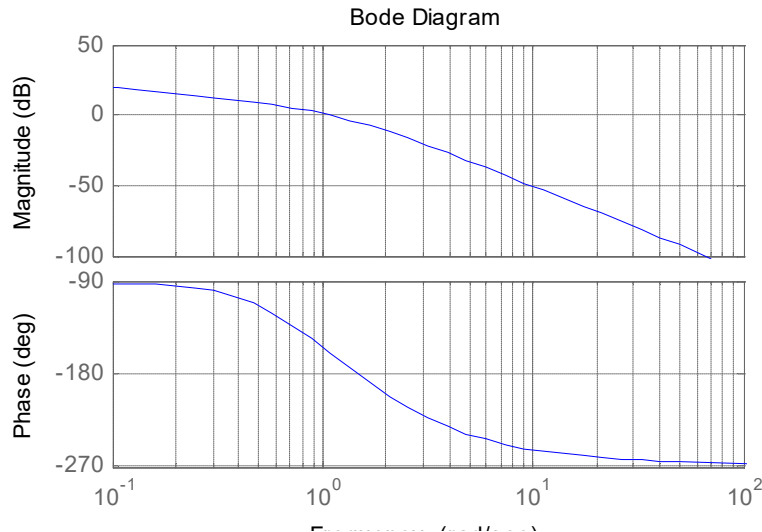


Säädetty

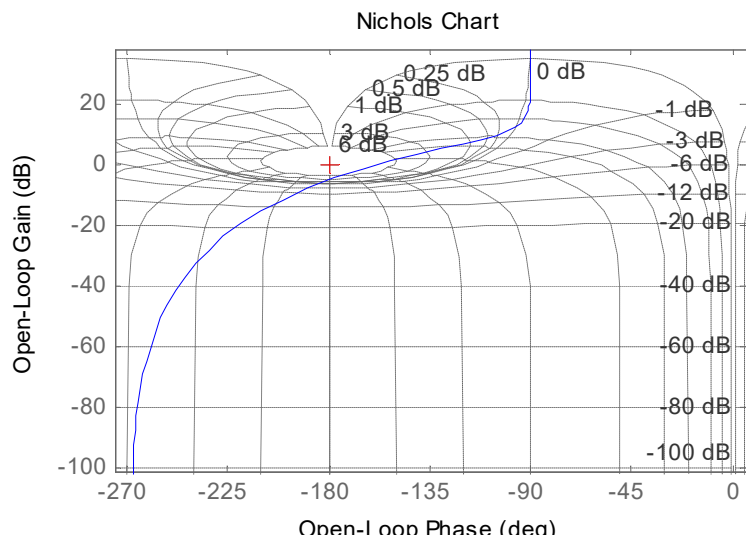
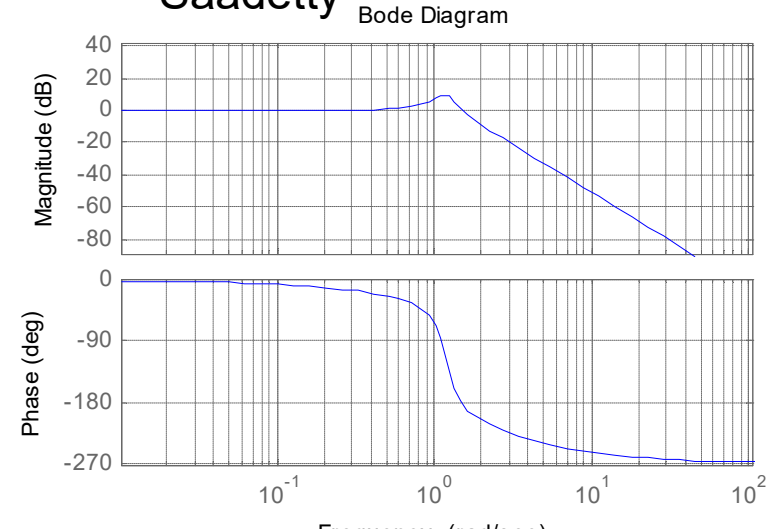


Säädetty järjestelmä (PI-säädin)

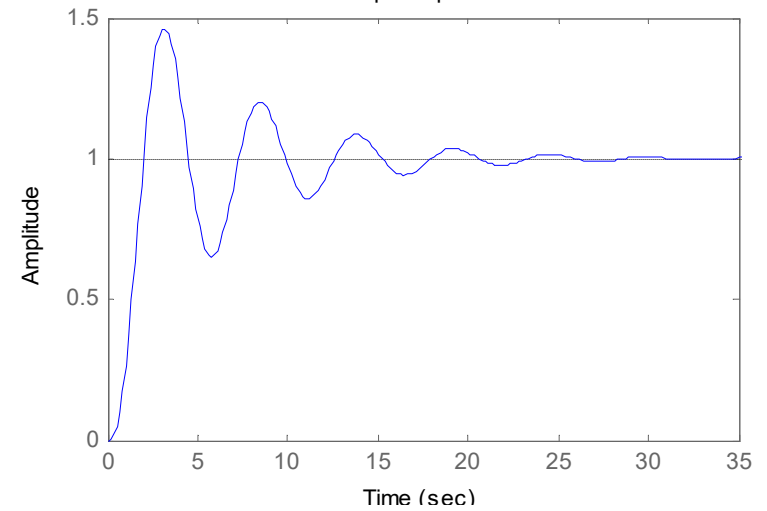
Avoim



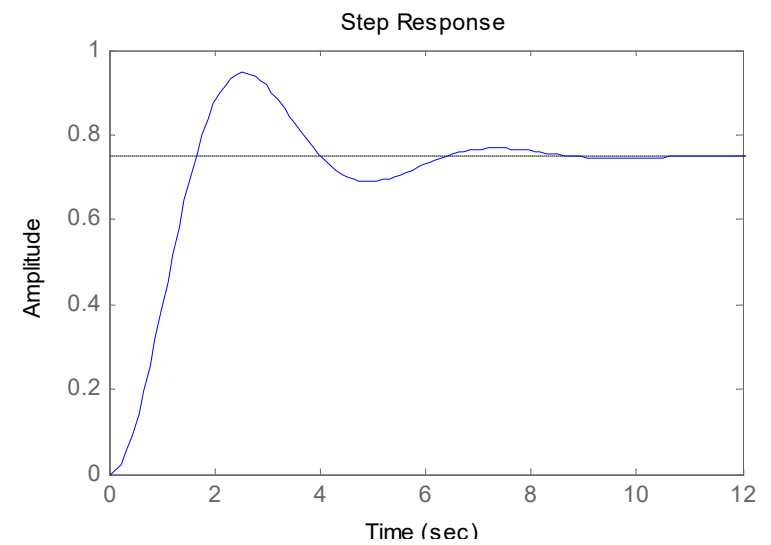
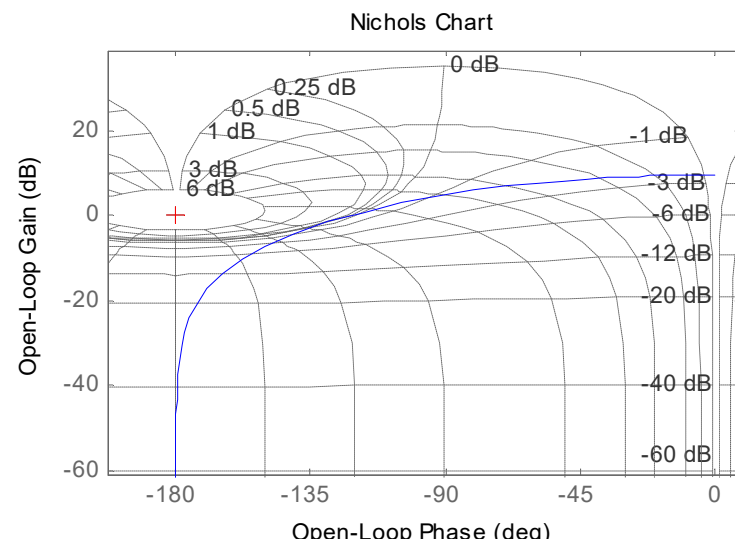
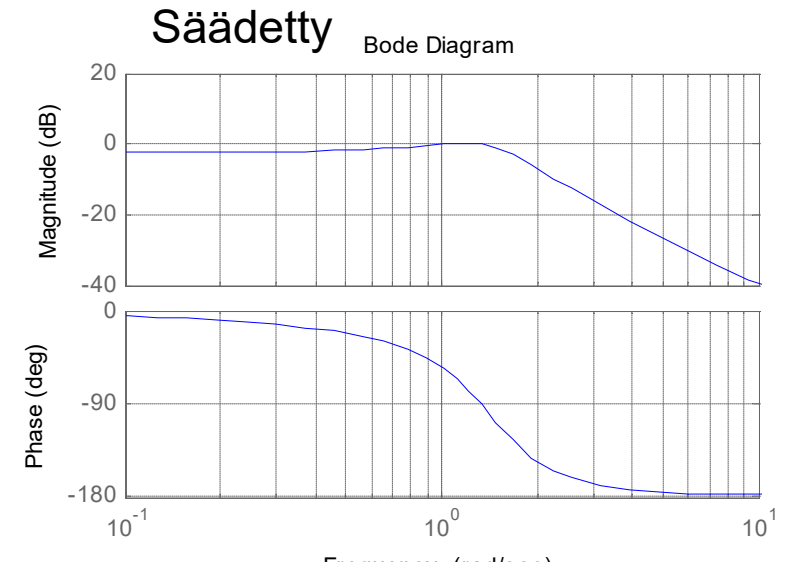
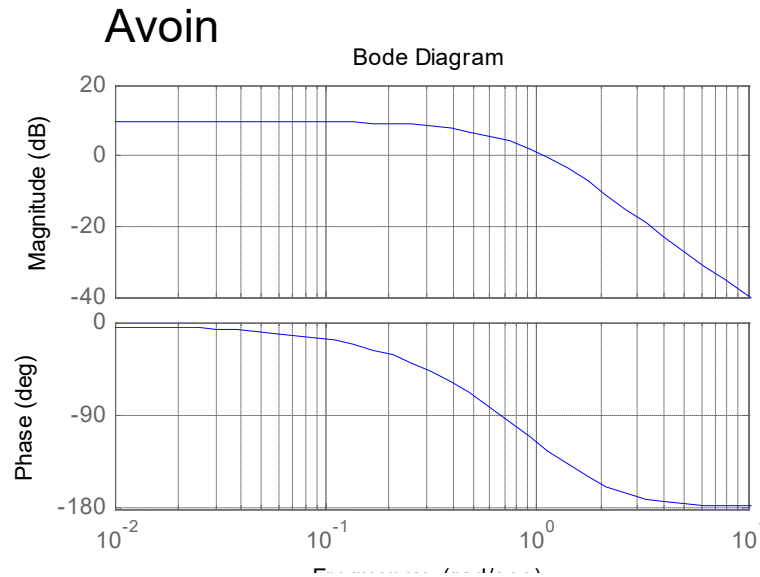
Säädetty



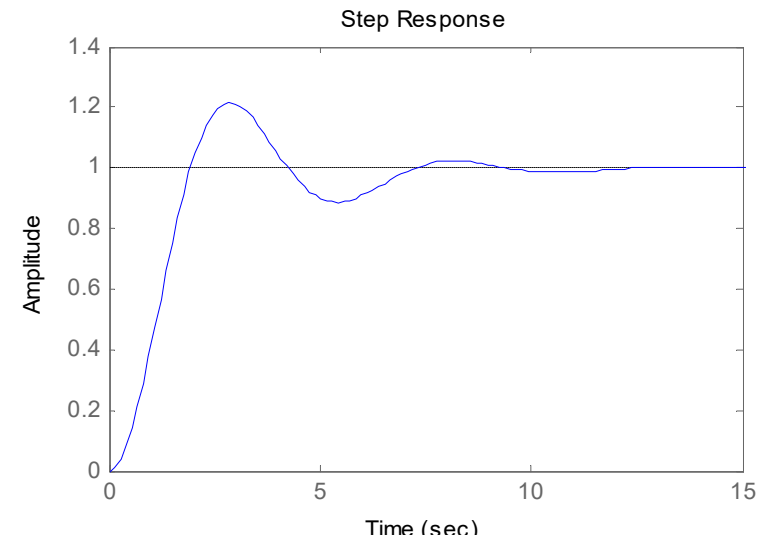
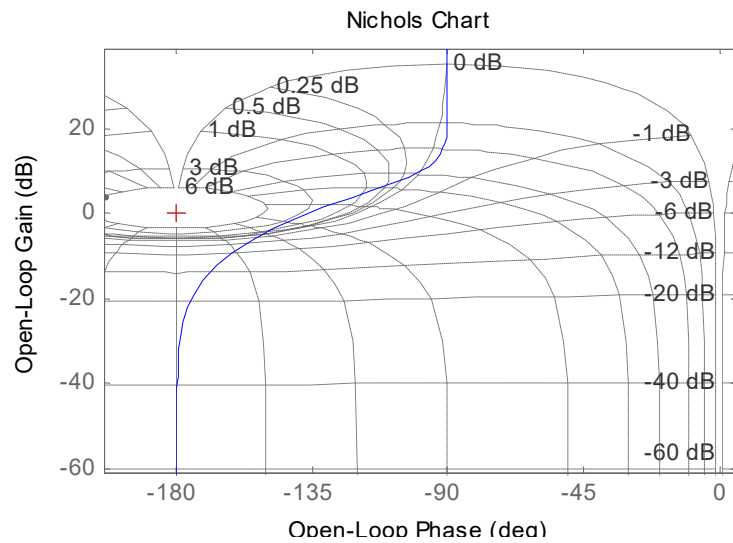
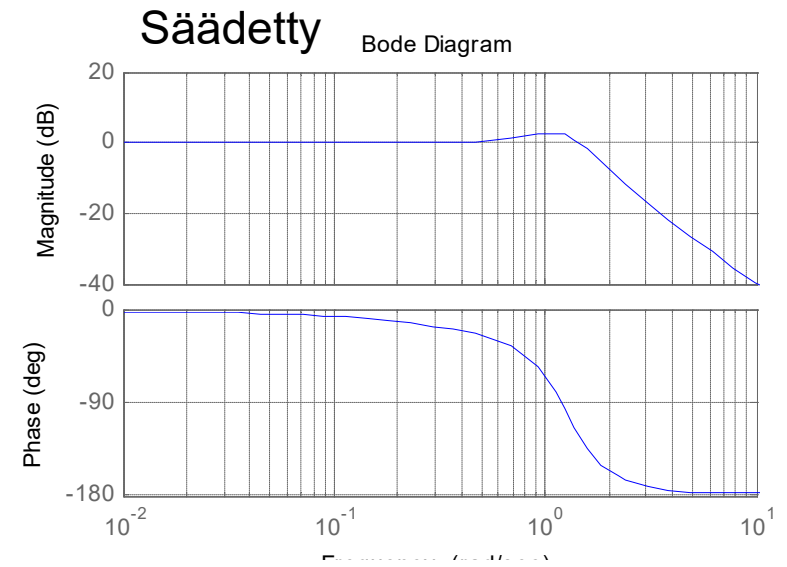
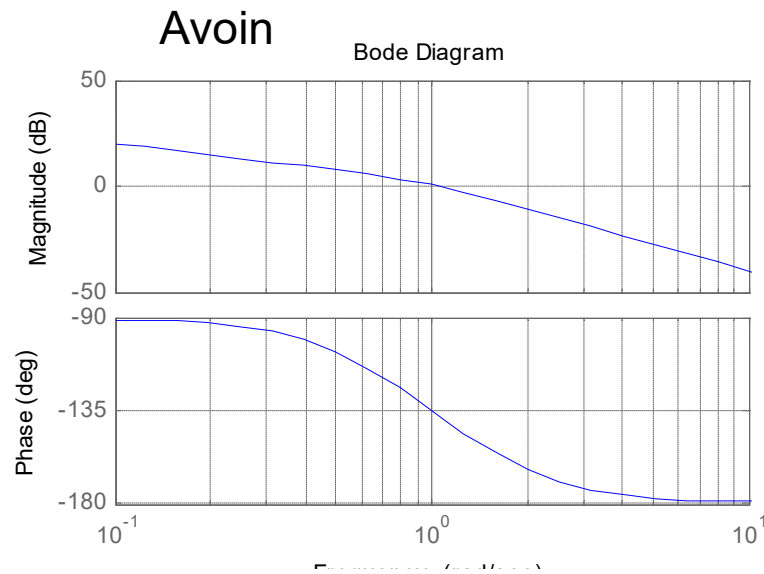
Step Response



Säädetty järjestelmä (PD-säädin)



Säädetty järjestelmä (PID-säädin)



Säädetty järjestelmä

- P- ja PI-säädin ovat herkkiä värähtelyille (ja samalla lähempänä epästabiliutta)
- PI-säädin on hidas (pitkä asettumisaika)
- P- ja PD-säätimillä säädettyyn järjestelmään jää pysyvä poikkeama
- PD- ja PID-säätimillä säädetyt järjestelmät ovat nopeita eivätkä värähtele liikaa.

- => Paras vaihtoehto on PID-säädin.

Avoimen silmukan taajuusvaste

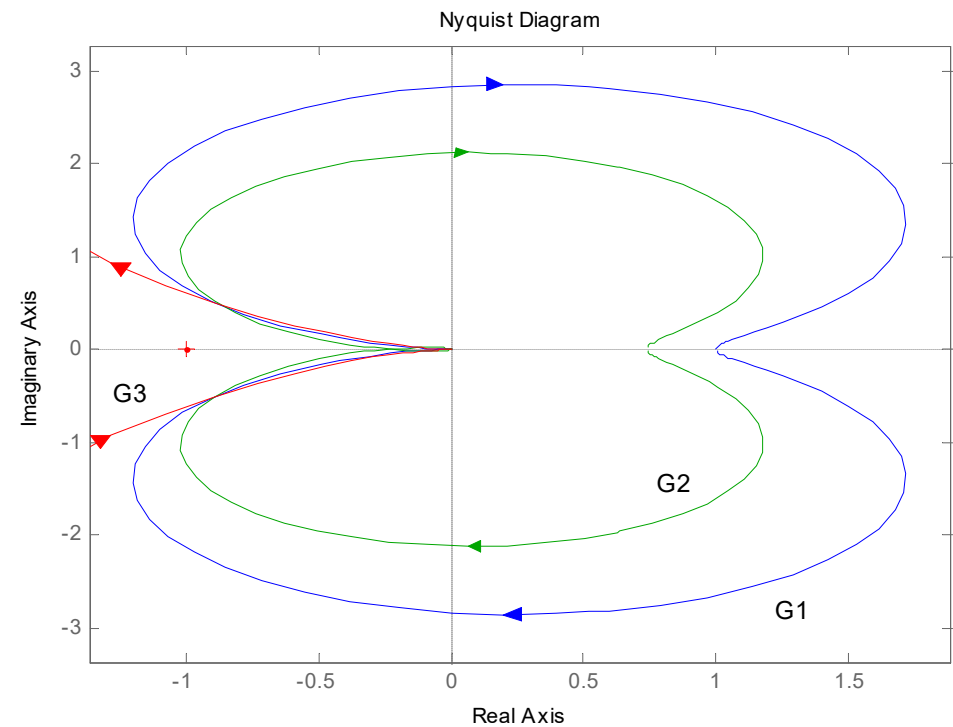
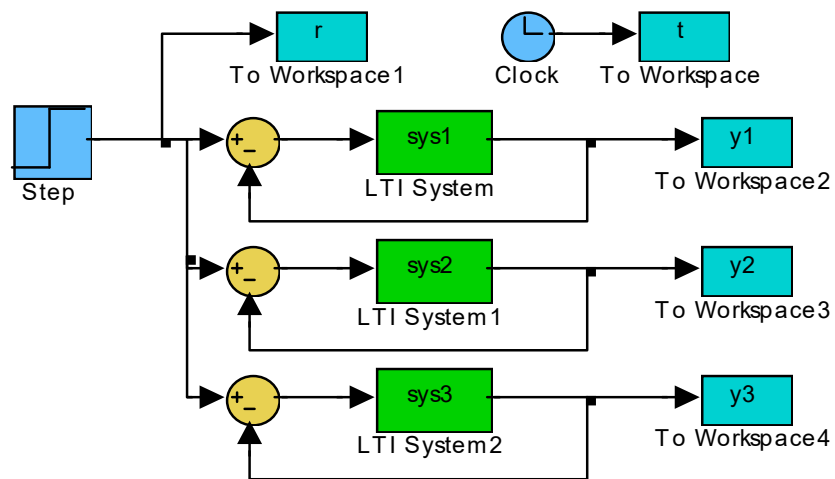
- Tarkistetaan esimerkillä, miten hyvin edellä esitetty peukalosääntö toimii
 - Tarkastellaan kolmea avointa systeemiä:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{OL,1}(s) = \frac{32}{s^2 + 2s + 32} \\ G_{OL,2}(s) = \frac{23.6e^{-0.02s}}{s^2 + 2s + 32} \\ G_{OL,3}(s) = \frac{14.9}{s^2 + 2s} \end{array} \right.$$

- Määritetään avoimen silmukan vaihevarat ja säädetyn järjestelmän askelvasteet MATLABissa
 - `sys1=tf(32,[1 2 32]);`
 - `sys2=tf(23.6,[1 2 32]); sys2.InputDelay=0.02`
 - `sys3=tf(14.9,[1 2 0])`

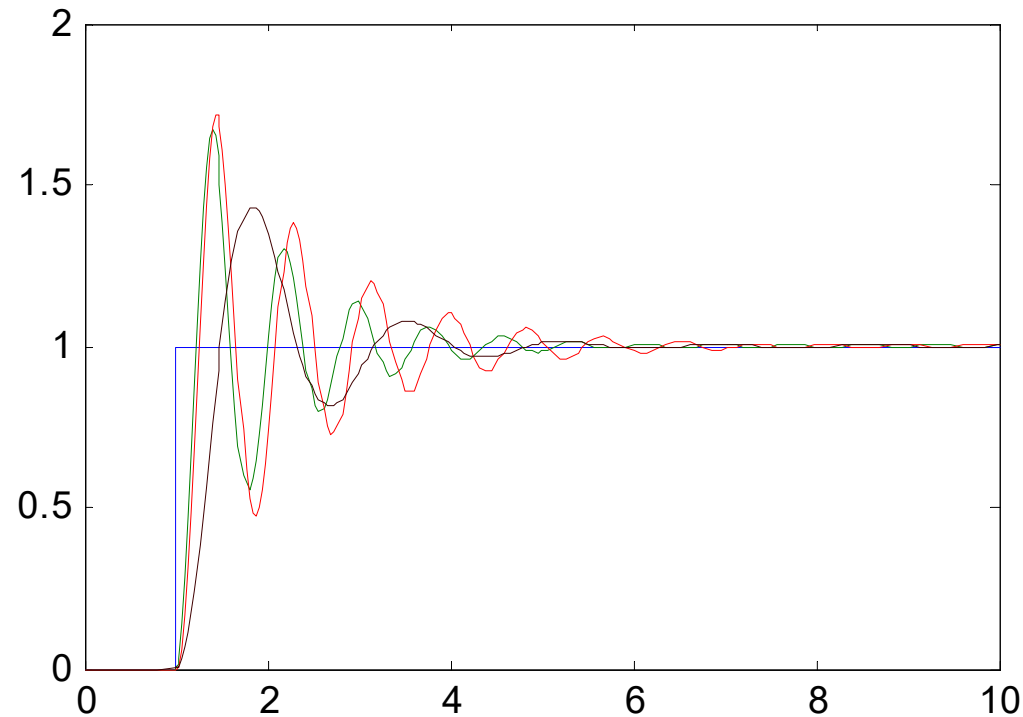
Avoimen silmukan taajuusvaste

- `margin(sys1)` ; `margin(sys2)` ; `margin(sys3)`
 - => 29 deg
- Kaikkien systeemien vaihevarat ovat 29°
- Simuloidaan säädettyjen järjestelmien askelvasteita



Avoimen silmukan taajuusvaste

- Peukalosäännön mukaan säädetyn järjestelmän ylityksen tulisi olla n. 40%-50%
 - Simuloitu ylitys on vähän yläkanttiin, mutta suunnilleen kohdalleen.

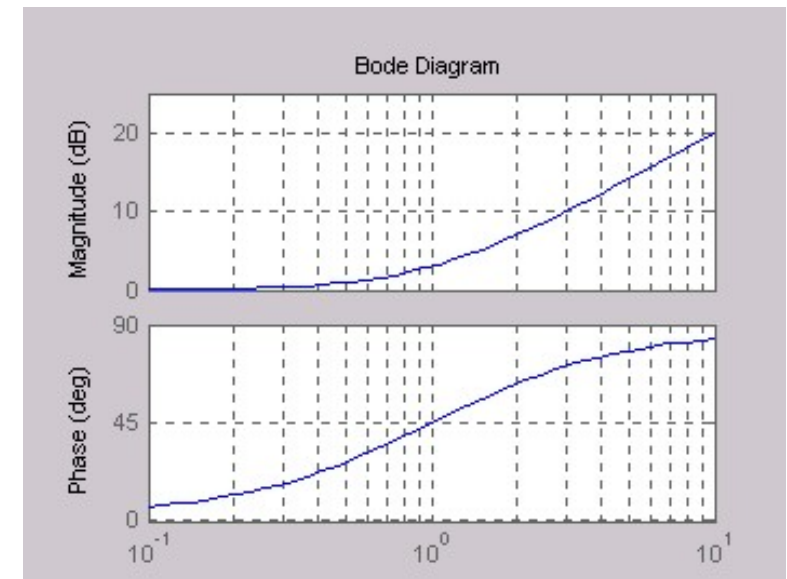


Taajuustason säätimet

- Taajuustasossa säätimet vaikuttavat avoimen silmukan taajuusvasteeseen ja samalla myös vahvistus- ja vaihevaroihin.
- Tarkastellaan aluksi perinteisten säätimien (PID) taajuusvasteita.
 - P-säädin vaikuttaa ainoastaan avoimen silmukan vahvistuskäyrään (vaihe pysyy ennallaan, vahvistusmuuttuu K_P :n verran)
 - PD-säädin: $G_{PD}(s) = K_P(1 + T_D s)$

nostaa vahvistuskäyrää $1/T_D$:tä suuremmilla taajuuksilla

nostaa vaihekäyrää $0.1/T_D$:tä suuremmilla taajuuksilla



Taajuustason säätimet

- PI-säädin: $G_{PD}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) = K_P \frac{T_I s + 1}{T_I s}$

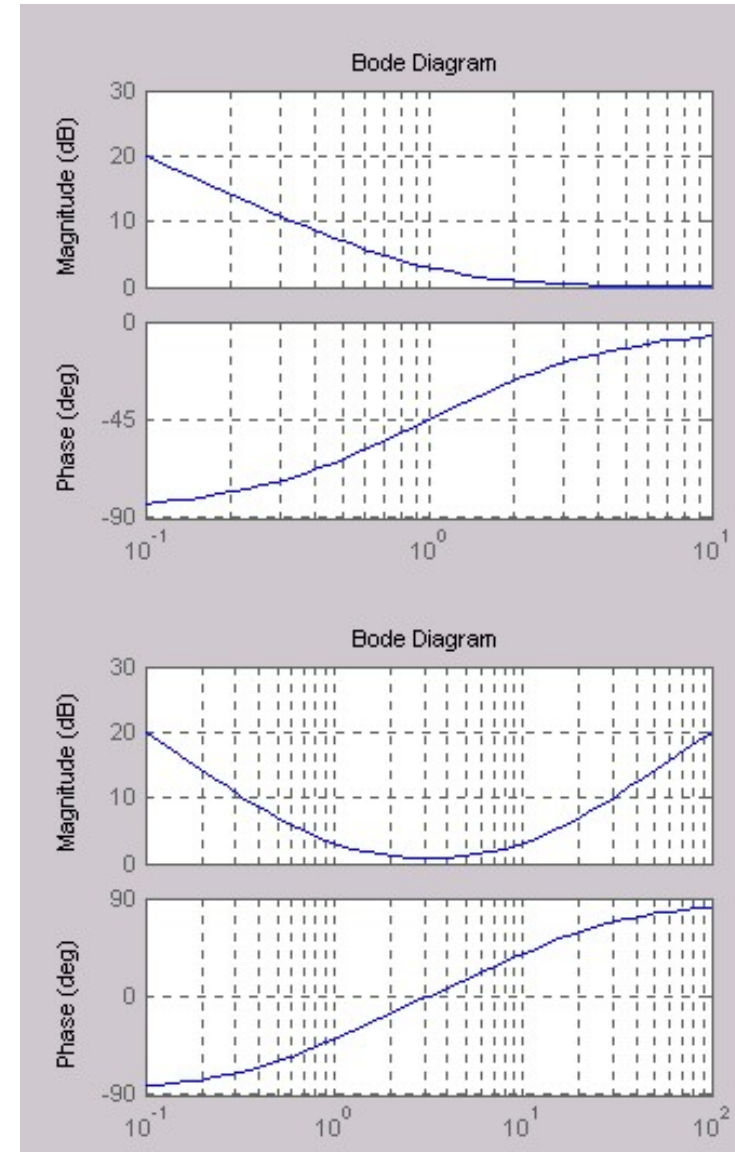
nostaa vahvistuskäyrää $1/T_I$:tä
pienemmillä taajuuksilla

laskee vaihekäyrää $10/T_I$:tä
pienemmillä taajuuksilla

- PID-säädin $G_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$

nostaa vahvistuskäyrää
pienillä ja suurilla taajuuksilla

laskee vaihekäyrää pienillä ja
nostaa suurilla taajuuksilla



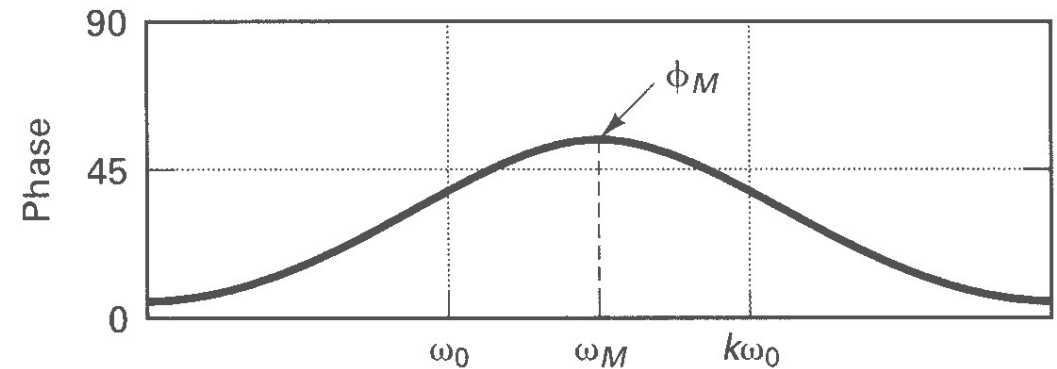
Vaiheen johto- ja jättöpiirit

- Vaiheen johto- ja jättöpiirejä käytetään taajuusvasteen manipulointiin halutuilla taajuuksilla. Niiden avulla voidaan muuttaa systeemin vahvistus- ja vaihevaroja siten, että saadaan säädetylle järjestelmälle haluttu käyttäytyminen.
- Vaiheen johtopiirillä nostetaan vaihekäyrää halutuilla taajuuksilla
- Vaiheen jättöpiirillä lasketaan vaihekäyrää halutuilla taajuuksilla

Vaiheen johtopiiri

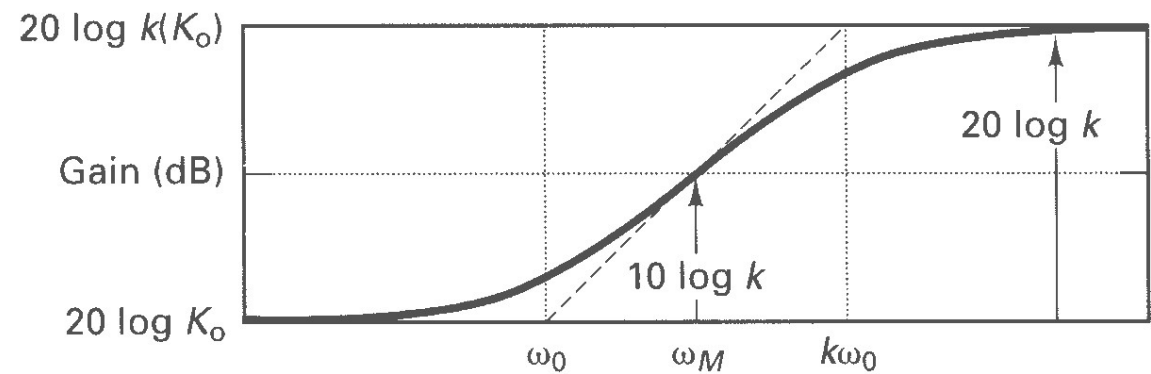
- Vaiheenjohtopiiri:
 - nostaa vahvistuskäyrää
 - nostaa vaihekäyrää halutulla taajuualueella
 - PD-säätimen kaltainen vaikutus

$$G_{lead}(s) = K_0 \frac{\frac{1}{\omega_0} s + 1}{\frac{1}{k\omega_0} s + 1}, \quad k > 1$$



$$\omega_m = \sqrt{k} \omega_0$$

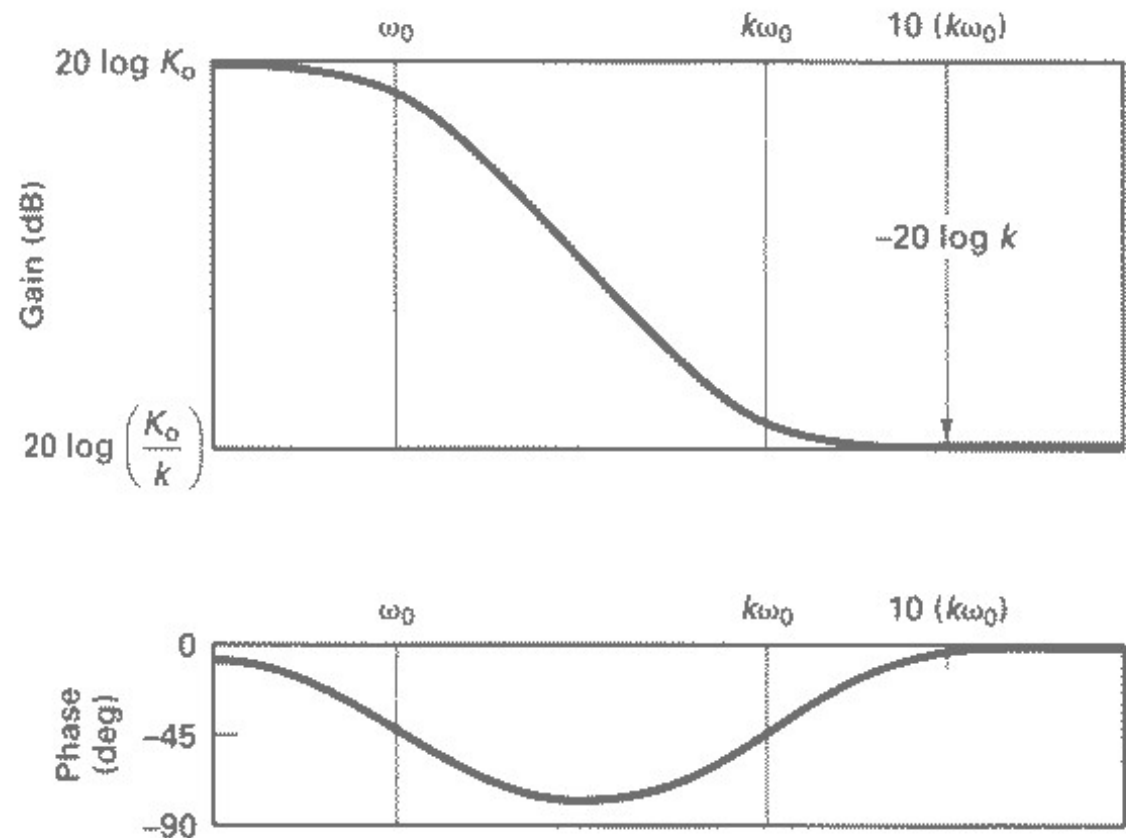
$$\sin(\phi_m) = \frac{k-1}{k+1}$$



Vaiheen jättöpiirit

- Vaiheenjättöpiiri
 - laskee vahvistuskäyrää
 - laskee vaihekäyrää pienillä ja halutulla taajuusalueella
 - symmetrinen vaiheenjohtopiirin toiminnan kanssa
 - PI-säätimen kaltainen vaikutus

$$G_{lag}(s) = K_0 \frac{\frac{1}{k\omega_0} s + 1}{\frac{1}{\omega_0} s + 1}, \quad k > 1$$

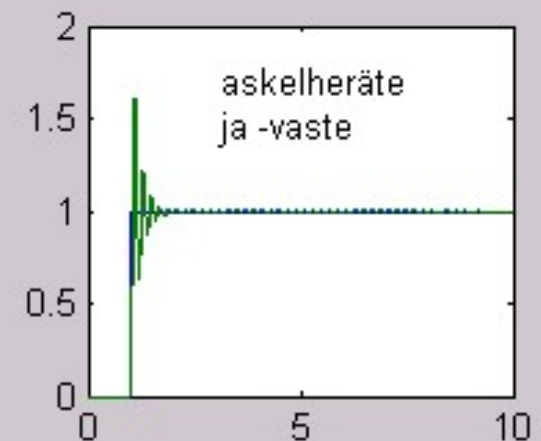
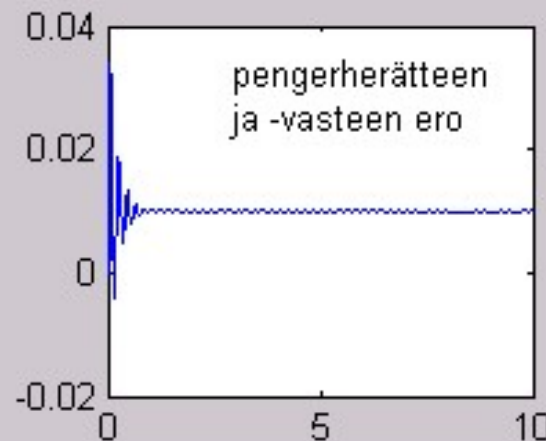
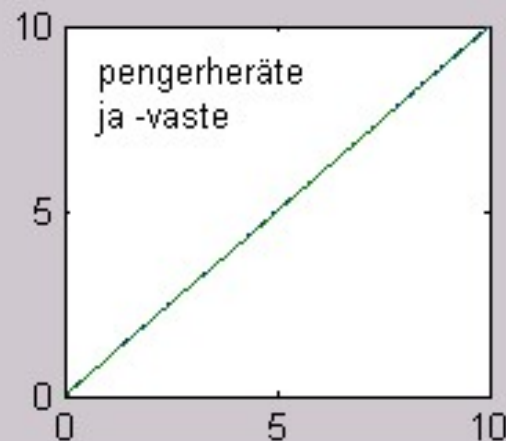


Vaiheen johtopiiri: esimerkki

- Systemiä säädetään P-säätimellä (värähtelee). Suunnitellaan vaiheenjohtopiiri, jonka avulla saadaan %-OS < 20% ja pengervasteen pysyvä poikkeama < 0.01
 - Pengervasteen pysyvä poikkeama saadaan 0.01:een kun säätimen vahvistusta kasvatetaan arvoon 50 (edellinen luento)

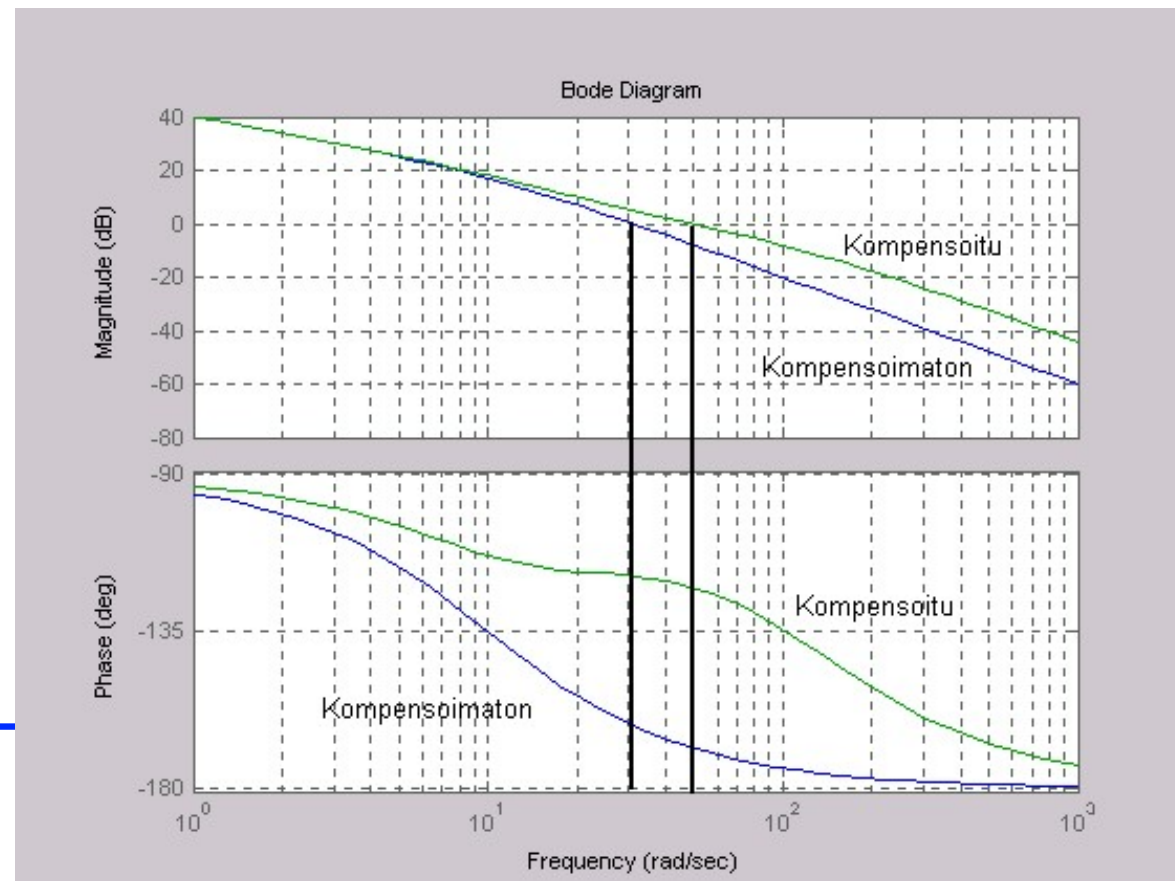
$$G(s) = \frac{2}{0.1s^2 + s} \text{ tyyppiä 1 oleva prosessi} \Rightarrow K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \{s \cdot G_{OL}(s)\} = 2K$$

$$\Rightarrow \text{pengervasteen pysyvä poikkeama} : \frac{1}{K_v} = \frac{1}{2K} \leq 0.01 \Rightarrow K \geq 50$$



Vaiheen johtopiiri: esimerkki

- Pengervasteen seurannan kriteeri täyttyy tällä vahvistuksella, mutta vaste värähtelee ja ylitys on huomattavasti sallittua suurempi.
 - Tarkistetaan vaihevara (kompensoimaton): ainoastaan 18° ... vaihevaraa on kasvatettava vähintään arvoon 55° (lisäystä 37°), jotta ylitys olisi vain 20%. Lisäksi kriittinen taajuusalue siirtyy korkeammalla taajuudelle (vahvistuskäyrä nousee rajataajuudella), joten lisätään vaihetta vielä 9° (lisäystä 46°).
 - Saadaan:
$$\sin(\phi_m) = \frac{k-1}{k+1}, \quad \omega_m = \sqrt{k}\omega_0$$
$$\begin{cases} \phi_m = 46^\circ \\ \omega_m = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 6.13 \\ \omega_0 = 20.2 \end{cases}$$
 - Tällä saadaan vaihevaraksi:
 - 57°



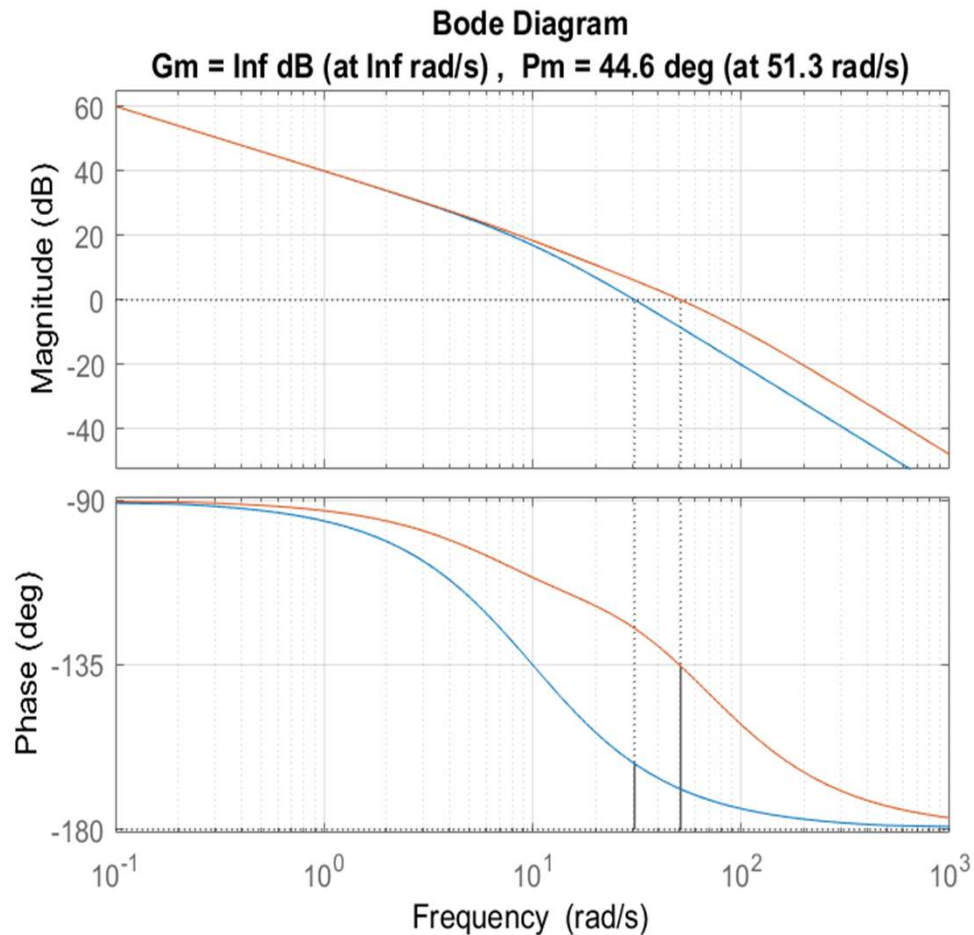
Vinkkejä suunnittelua varten

- Vaiheenjohtokompensaattori
$$G_l(j\omega) = K_0 \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{k\omega_0}}, \quad k > 1$$
- Valitaan K_0 siten, että stationääritilan virhe tarkasteltavalle referenssimuutokselle on pienempi kuin vaadittu (kts. virhekertoimet edellä.)
- Valitaan kompensaattorin haluttu max. vaiheen lisäys ϕ_m .
- Lasketaan k :
$$\sin \phi_m = \frac{k-1}{k+1} \Rightarrow k = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$
- Valitaan kulmataajuus ω_m , jolla halutaan maksimi vaiheenjohto.
- Lasketaan $\omega_0 = \frac{\omega_m}{\sqrt{k}}$. Kompensaattori on viritetty. Mutta....

Vinkkejä suunnittelua varten (jatk.)

- ... taajuudella ω_m kompensoittorin vahvistus kasvaa $10 \lg(k)$ dB. Tällöin luupin vahvistuksen 0 dB ylitystaajuus kasvaa (“siirtyy oikealle”). Vaihevara katsotaan tällä taajuudella, ja alkuperäisen kompensoimattoman järjestelmän vaihe on ehtinyt pudota. Katsotaan tilannetta: Vaihevaraa haluttiin lisätä alkuperäisestä 18 asteesta tavoitearvoon 55 astetta, lisäys ϕ_m on 37 astetta. Vahvistus k saa arvon 4,0228. Jos otetaan ilmeisin valinta $\omega_m = 30,8$ rad/s eli kompensoimattoman järjestelmän vahvistuksen ylimenotaajuus, saadaan helppo ja suoraviivainen suunnittelu. Valitettavasti se ei vaan toteuta speksejä. Katsotaan kuvaa seuraavalla kalvolla.

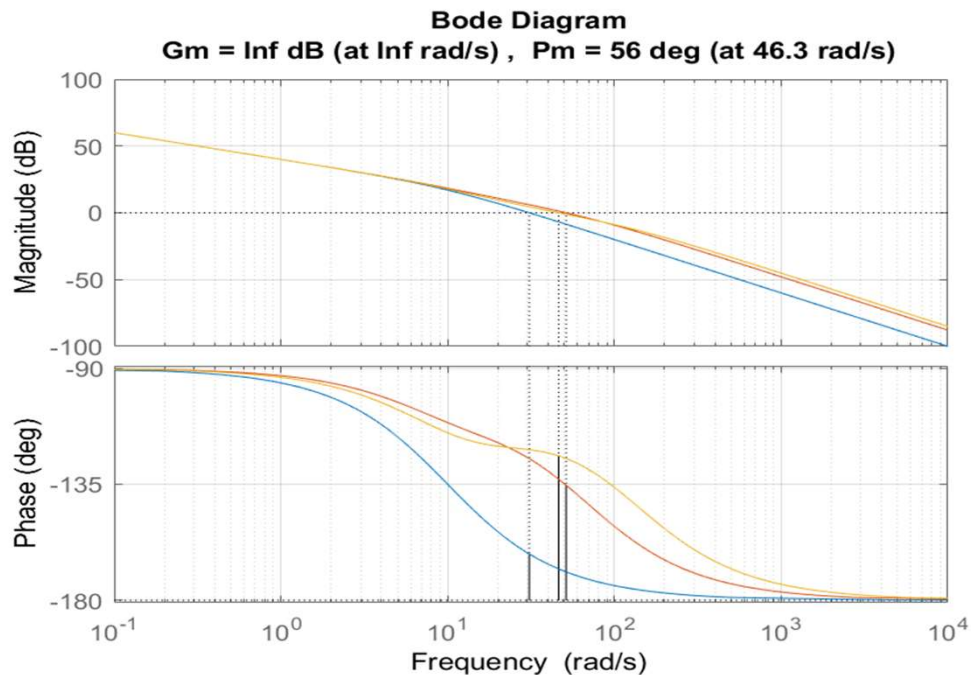
Vinkkejä suunnittelua varten (jatk.)



Sinisellä kompensoimattoman järjestelmän avoimen järjestelmän taajuusvaste ja punaisella kompensoidun systemin taajuusvaste. Vahvistuksen ylimenotaajuus on kasvanut arvoon 51,3 rad/s. Vaihevara on tämän takia jäänyt arvoon 44,6 astetta, joka ei täytä 55 asteen vaatimusta.

Vinkkejä suunnittelua varten (jatk.)

- Kun vahvistuksen ylimenotaajuus on 51,3 rad/s, kompensoimattoman järjestelmän vaihe on pudonnut noin 7 astetta (klikkaamalla Bode-kuvaa saadaan arvio). Valitaan $\phi_m = 37 + 7 = 44^\circ$ ja $\omega_m = 51.3 \text{ rad/s}$. Saadaan $k = 5.55$ ja $\omega_0 = 21.7756$. Vaihevaraksi tulee 56 astetta.



Vinkkejä suunnittelua varten (jatk.)

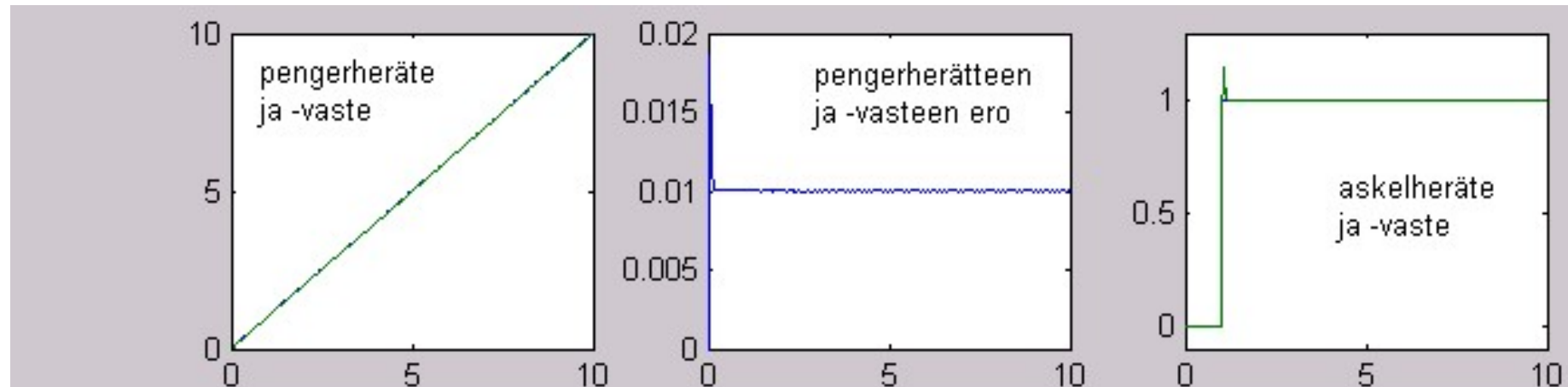
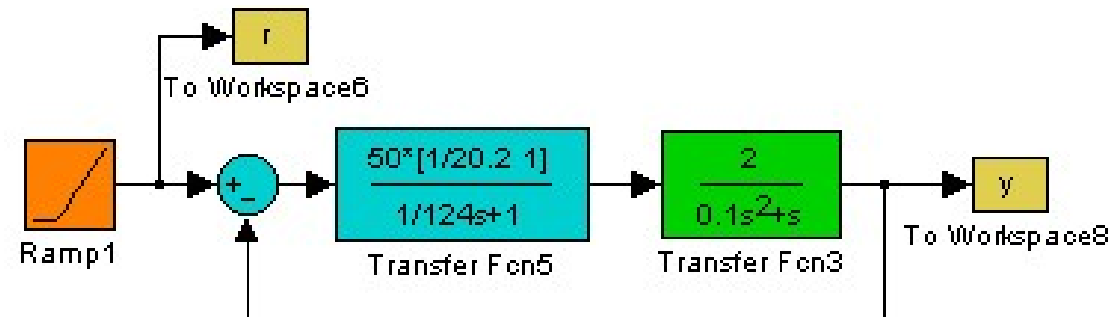
- Mutta voisiko tätä vielä hieman yksinkertaistaa?
 - Otetaan lähtökohdaksi kompensoimattoman järjestelmän luupinsiirtofunktion Bode-diagrammi (sininen käyrä edellä).
 - Otetaan parametriksi kompensoimattoman maksimaalinen vaiheenjohto ϕ_m . Asetetaan sille arvo.
 - Lasketaan k .
 - Taajuudella ω_m vahvistuskäyrä nousee $10 \lg(k)$ dB. Etsitään Bode vahvistuskäyrästä se kulmataajuus, jolla avoimen järjestelmän vahvistus on pudonnut tämän verran. Otetaan tämä taajuudeksi ω_m ja lasketaan kompensoimattori.
 - Piirretään kompensoimattoman järjestelmän luupinsiirtofunktion Bode ja tutkitaan, saadaanko haluttu vaihevara. Jos ei, lisätään maksimaalista vaiheenjohtoa ϕ_m ja jatketaan.
-

Vinkkejä suunnittelua varten (jatk.)

- Kokeile edellisen sivun algoritmia.
- Arvolla $\phi_m = 46$ astetta pitäisi päästä hyvin lähelle esimerkin alussa (Vaiheen johtopiiri: esimerkki) esitettyä ratkaisua.

Vaiheen johtopiiri: esimerkki

- Simuloidaan systeemin käyttäytymistä:



- Saadaan säädetty järjestelmä, joka täyttää annetut kriteerit

Vaiheen jättöpiiri: esimerkki

- Suunnitellaan vaiheenjättöpiiri, jonka avulla saadaan vaihevaraksi 54° sekä askelvasteen pysyvä poikkeama < 0.01
 - Askelvasteen pysyvä poikkeama saadaan 0.01:een kun säätimen vahvistusta kasvatetaan arvoon 25 (edellinen luento)

$$G(s) = \frac{4}{(0.001s + 1)^3} \text{ (Prosessi tyyppiä 0)} \Rightarrow K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \{G_{OL}(s)\} = 4K$$

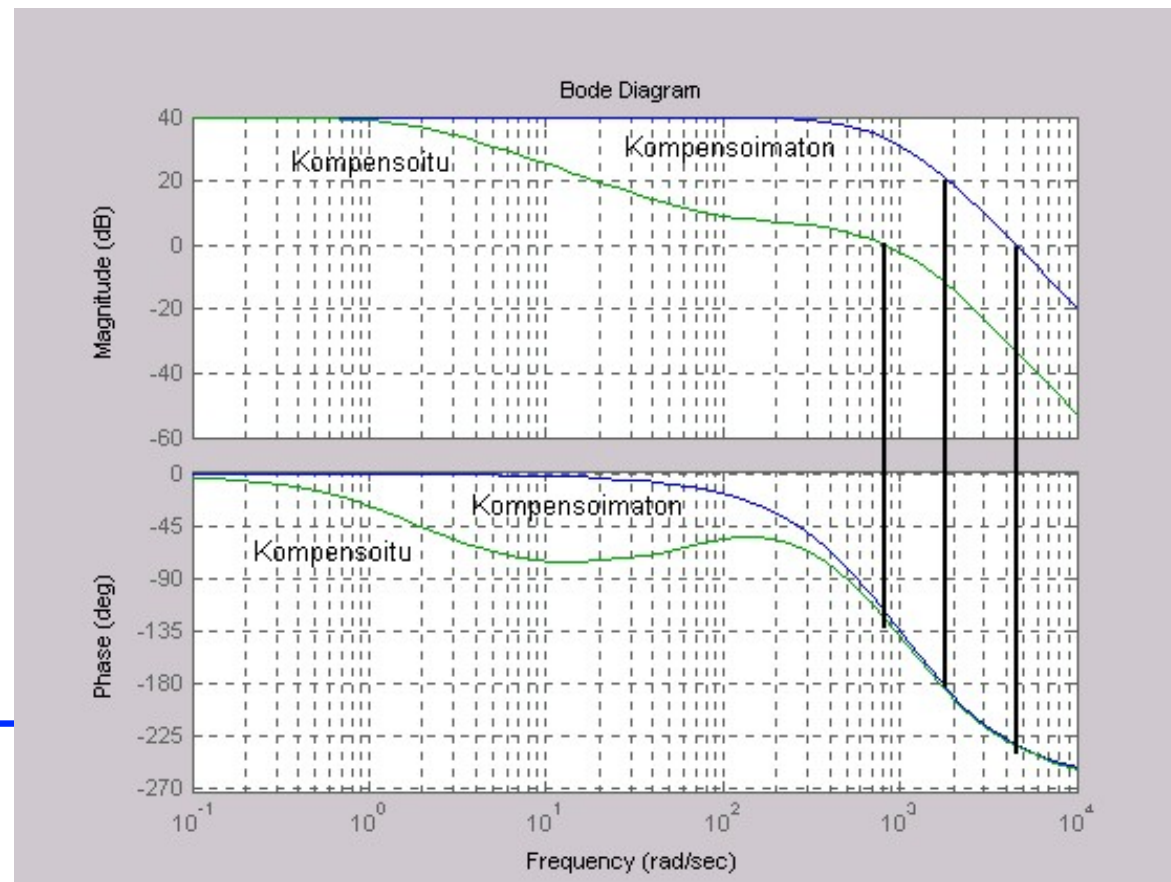
askelvasteen

pysyvä poikkeama:

$$\frac{1}{K_p + 1} = \frac{1}{4K + 1} \leq 0.01$$

$$\Rightarrow K \geq 25$$

Tällä arvolla saadaan epästabiili (kompensoimaton) järjestelmä. Ei ole ongelma, kunhan suljettu systeemi saadaan stabiloitua.



Vaiheen jättöpiiri: esimerkki

- Vaihevaraksi saadaan n. 60° kulmataajuudella 840 rad/s. Kyseisellä taajuudella vahvistus on n. 33 dB, jonka verran vahvistuskäyrää on laskettava. Lasku saadaan toteutettua, kun $k = 44.7$.

$$20\log(k) = 33 \text{ dB} \Rightarrow k = 44.7$$

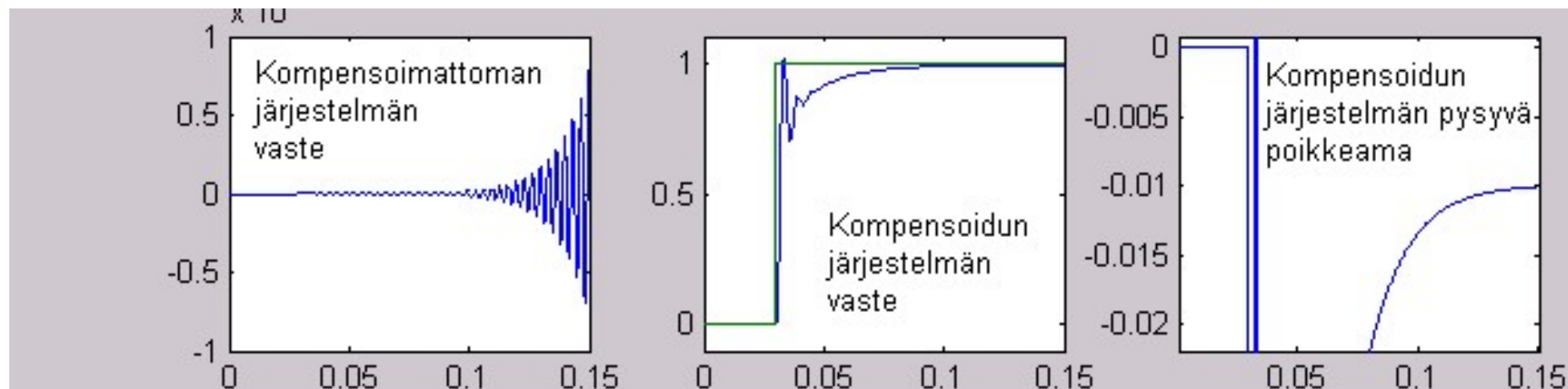
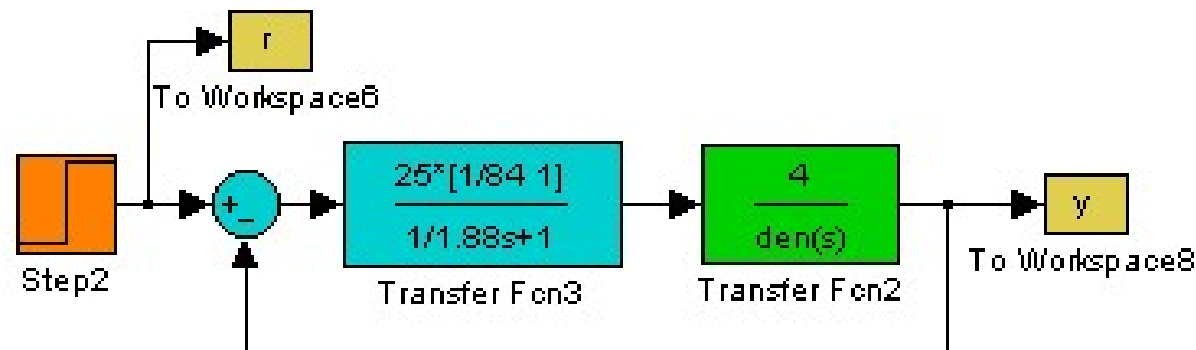
- Kompensaattorin nolla on sijoitettava vähintään dekadin matalammalle taajuudelle, kun 840 rad/s. Tämä siksi, että kompensaattorin aiheuttama vaiheen vähennys jäisi "vaarattomalle" alueelle.

- Vaiheen jättöpiiriksi saadaan: $\Rightarrow k\omega_0 = 84$

$$G_{lag}(s) = \frac{25\left(\frac{s}{84} + 1\right)}{\frac{s}{1.88} + 1}$$

- Kompensoidun järjestelmän vaihevaraksi saadaan 53.7°
 - Suunnittelu oli itse asiassa helpompi kuin vaiheenjohtokompensaattorin tapauksessa, koska vahvistuksen ylimenotaajuuden kanssa ei tarvinnut temppuilla.
 - Simuloidaan:
-

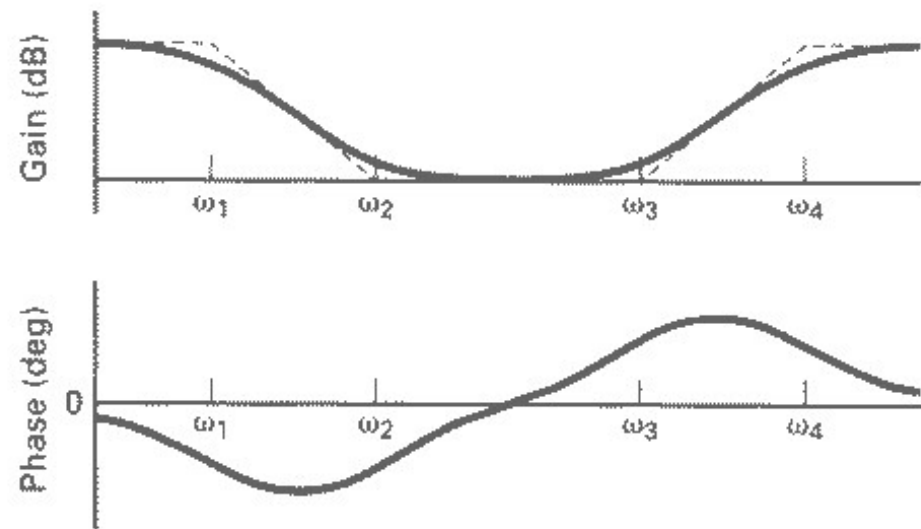
Vaiheen jättöpiiri: esimerkki



- Saadaan säädetty järjestelmä, joka täyttää annetut kriteerit.

Vaiheen johtojättöpiiri

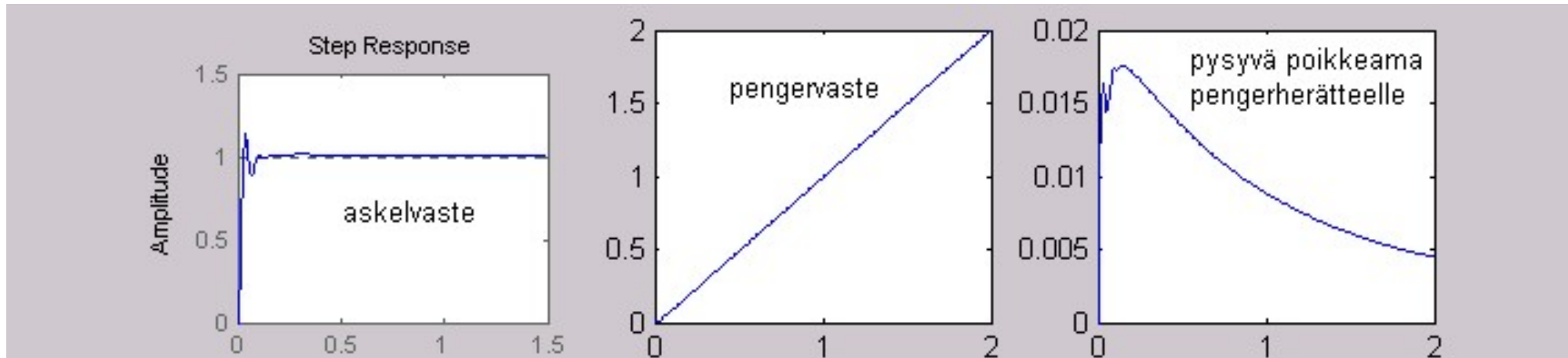
- Vaiheen johtopiiri käyttäytyy kuin PD-säädin ja jättöpiiri kuin PI-säädin. Kun samaan säätimeen yhdistetään molemmat piirit, niin saadaan säädin, joka toimii kuin PID-säädin.
 - Vaiheen jättöpiiri suunnitellaan matalille taajuuksille (pitää huolen pysyvistä poikkeamista).
 - Vaiheen johtopiiri suunnitellaan korkeille taajuuksille (stabiloi ja tekee järjestelmästä nopeamman)



Vaiheen johtojättöpiiri: Esimerkki

- Säädetävälle systeemille muodostetaan vaiheen johtojättöpiiri, jonka avulla saadaan pengervasteen pysyväksi poikkeamaksi korkeintaan 0.005, ja vaihevaraksi vähintään 50° (ei korostettuja värähtelyjä eikä ylityksiä). Jotta säädetylle järjestelmälle saataisiin riittävä kaistanleveys, niin avoimen silmukan vahvistuskäyrä voi saada arvon 0 dB aikaisintaan taajuudella 60 rad/s (nopeutta säädettyyn järjestelmään).
- Vaiheen johtojättöpiiriksi saadaan

$$G(s) = \frac{1}{s(0.02s + 1)(0.01s + 1)} \quad G_{lead-lag}(s) = \frac{500(s + 1)\left(\frac{s}{22.1} + 1\right)}{\left(\frac{s}{0.1} + 1\right)\left(\frac{s}{221} + 1\right)}$$



Vaiheen johtojättöpiiri: Esimerkki

- Kompensoimattoman ja kompensoidun järjestelmän taajuusvasteet:

