

## Mitoitus käyttörajatilassa

### Jännitykset käyttötilassa

Oletukset:

- Tasot pysyvät tasoina (Bernoullin otaksuma)
  - => lineaarinen muodonmuutosjakautuma
  - => betonin ja teräksen välillä ei ole liukumaa (yhteensopivuusehto)

$$\frac{x}{d} = \frac{|\epsilon_c|}{|\epsilon_c| + \epsilon_s}$$

- Betoni ja teräs eivät myötää
  - => jännityksen ja muodonmuutoksen välinen yhteys noudattaa Hooken lakia
- Betoni ei ota vetojännityksiä

Betonin jännitysjakautuma jännitysjakautuma kolmiomainen =>

$$\sigma_c = E_c \cdot \epsilon_c$$

$$\text{Teräsännitys } \sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s$$

- Tasapainoehdot toteutuvat
  - => jännitysresultantit ovat tasapainossa ulkoisten kuormien aiheuttamien voimasuureiden kanssa

$$N_c = N_s$$

$$N_s \cdot z = M_E$$

$$N_c = \frac{b \cdot x}{2} \cdot \sigma_c = \frac{b \cdot x}{2} \cdot E_c \cdot \epsilon_c = N_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_s$$

$$\frac{b \cdot x}{2} \cdot E_c \cdot \frac{x}{d-x} \cdot \epsilon_s = A_s \cdot E_s \cdot \epsilon_s$$

$$\left(\frac{x}{d}\right)^2 \cdot \frac{1}{1-\frac{x}{d}} = 2 \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$\frac{x}{d} = \alpha_e \cdot \rho \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} - 1 \right)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad \rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad \varphi_{\text{eff}} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{M_{E, \text{pitkä}}}{M_E}$$

Momenttivarsi  $z = d - \frac{x}{3}$

Teräsjännitys ja -venymä

$$N_s = A_s \cdot \sigma_s = \frac{M_E}{z}$$

$$\sigma_s = \frac{M_E}{z \cdot A_s}$$

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Betonin jännitys

$$N_c = \frac{b \cdot x}{2} \cdot \sigma_c$$

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot M_E}{z \cdot b \cdot x}$$

## Halkeaman leveys

$$\text{Halkeaman ominaisleveys } w_k = s_{r,\max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

$s_{r,\max}$  on suurin halkeamaväli (tyypillisesti 150...300 mm)

$\epsilon_{sm}$  on keskimääräinen raudoituksessa vaikuttava venymä

$\epsilon_{cm}$  on keskimääräinen betonin venymä halkeamien välillä

Halkeaman kohdalla teräsvenymä on  $\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$  haljenneen poikkileikkauksen mukaan laskettuna (betoni ei ota vetoa).

Lähellä neutraaliakselia betonin venymä pieni, joten lähellä neutraaliakselia betoni ottaa vetoa, koska  $\sigma_c < f_{ct}$

Halkeaman etäännyttäessä teräksen tartunnan vaikutuksesta teräsjännitystä siirtyy betonille jolloin teräsjännitys pienenee betonin jännitys kasvaa, kunnes etäisyydellä  $s_r$  betonin jännitys ylittää vetolujuuden ja syntyy seuraava halkeama. Halkeamien välillä betonin jännitys  $\sigma_c < f_{ct}$  ja teräsjännitys pienempi kuin haljenneen poikkileikkauksen mukaan laskettu  $\sigma_s$ .

Halkeaman välillä tapahtuva pituudenmuutos  
= halkeaman leveys= halkeamaväli \*keskimääräinen venymä halkeamien välillä

Keskimääräinen venymä halkeamien välillä

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$f_{ct,eff} = f_{ctm}$$

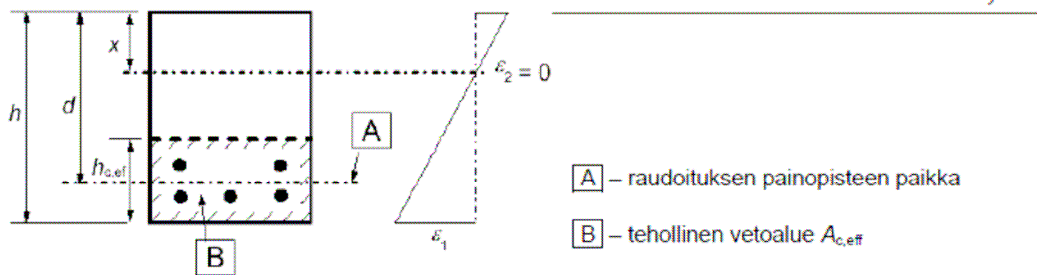
$k_t = 0,6$  lyhytaikaiselle kuormitukselle

$k_t = 0,5$  pitkäaikaiselle kuormitukselle

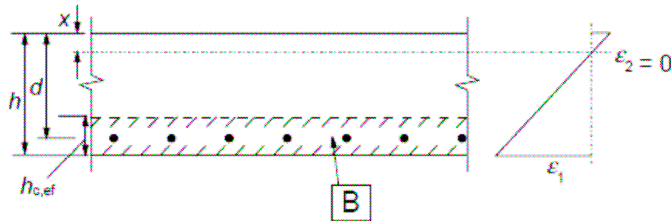
Tehollisen vetovyöhykkeen  $A_{c,eff}$  suhteellinen teräsmäärä  $\rho_p = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$

Tehollisen vetovyöhykkeen pinta-ala  $A_{c,eff} = b \cdot h_{eff}$

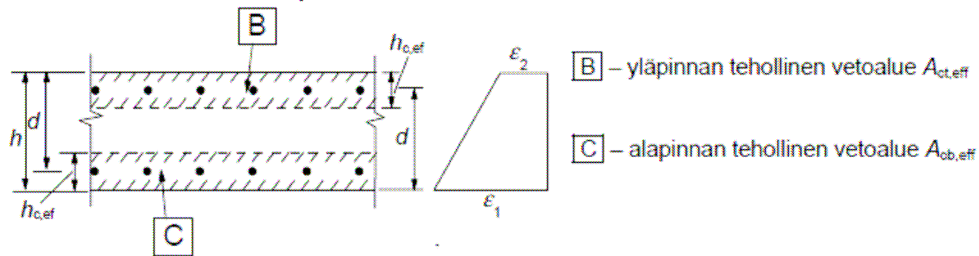
Tehollisen vetovyöhykkeen korkeus  $h_{eff} \leq \begin{cases} 2,5 \cdot (h - d) \\ \frac{h - x}{3} \\ \frac{h}{2} \end{cases}$



a) Palkki



b) Laatta



c) Vedetty rakenneosa

Kuva 7.1: Tehollinen vetoalue (tyypilliset tapaukset)

$$\text{Halkeamaväli } s_{r,\max} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,\text{eff}}}$$

$$k_3 = 3,4$$

$k_1 = 0,8$  tangolla hyvä tartunta (harjateräs)

$k_1 = 1,6$  tangon pinta lähes sileä (jänneteräs)

$$k_4 = 0,425$$

$$k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2 \cdot \varepsilon_1}$$

$\varepsilon_1$  on eniten vedetyn reunan venymä

$\varepsilon_2$  on vähemmän vedetyn reunan venymä

Tasainen veto  $\Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \Rightarrow k_2 = 1$

Pelkkä taivutus  $\Rightarrow \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow k_2 = 0,5$

Halkeamaväli, kun raudoituksena on harjateräs ( $k_1=0,8$ ) ja kyseessä on pelkkä taivutus

$$s_{r,\max} = 3,4 \cdot c + 0,17 \cdot \frac{\phi}{\rho_{p,\text{eff}}}$$

$$\text{Teräksen keskimääräinen halkaisija } \phi = \frac{n_1 \cdot \phi_1^2 + n_2 \cdot \phi_2^2}{n_1 \cdot \phi_1 + n_2 \cdot \phi_2}$$

Nipputeräkselle käytetään nipun nimellishalkaisijaa  $\phi_n = \sqrt{n} \cdot \phi_1$

### Sallittu halkeaman ominaisleveys $w_k$

Ympäristön rasisluokka	Teräsbetonirakenteet Tartunnattomat ankkurijännerakenteet	Tartuntajännerakenteet ja injektoidut ankkurijännerakenteet
	Pitkäaikainen kuormitusyhdistelmä	Tavallinen kuormitusyhdistelmä
X0, XC1	<b>0,4 mm</b>	0,2 mm pitkäaikaisella kuormitusyhdistelmällä vetojännityksetön tila
XC2, XC3, XC4 XD1, XS1	<b>0,3 mm</b>	0,2 mm
XD2, XD3 XS2, XS3	<b>0,2 mm</b>	vetojännityksetön tila

Halkeaman leveydet tarkistetaan teräsbetonirakenteissa pitkäaikaisella kuormitusyhdistelmällä eli  $M_E = M_{E,\text{pitkä}}$

## Taipuman laskenta

Taipuman lauseke on muotoa  $a = \delta_a \cdot \frac{M_E}{K} \cdot L^2$

$\delta_a$  on taipumakerroin, joka riippuu tuentatavasta ja käyristymäjakautumasta ja on käyristymäjakautuman integraali jännevälin  $L$  yli

Käyristymä (kaarevuus)  $\psi = \frac{1}{r} = \frac{M_E}{K}$

$K$  on poikkileikkauksen (haljenneen tai halkeamattoman) taivutusjäykkyys ( $EI$ )

Koska teräsbetonirakenne on suurimpien momenttien alueella haljennut, mutta lähellä tukia taas halkeamaton, niin taipuma lasketaan interpoloimalla suhteessa halkeamamomenttiin koko jännevälin matkalla halkeamattomana ja haljenneena laskettujen taipumien väliltä.

Halkeamattoman poikkileikkauksen taivutusjäykkyys:

$$K_I = K_c = \frac{E_{cm}}{1 + \phi_{eff}} \cdot I_c$$

Haljenneen poikkileikkauksen jäykkyys

$$K_{II} = K_r = E_s \cdot A_s \cdot z \cdot (d - x)$$

Momenttivarsi  $z$  ja puristuspuunnan korkeus  $x$  lasketaan kuten edellä käyttäen betonin kimmokerrointa, jossa on otettu huomioon viruma

$$\phi_{eff} = \phi(\infty, t_0) \cdot \frac{M_{E,pitkä}}{M_E}$$

Viruman aiheuttama taipuma saadaan ottamalla huomioon betonin kimmokertoimessa virumaluku kuorman aiheuttamaa taipumaa laskettaessa.

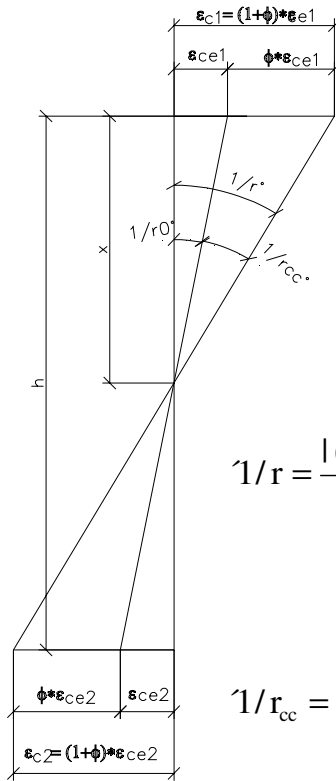
Taipuma, kun rakenne otetaan halkeamattomaksi  $a_I = \delta_a \cdot \frac{M_E}{K_I} \cdot L^2$

Taipuma, kun rakenne otetaan kauttaaltaan haljenneeksi

$$a_I = \delta_a \cdot \frac{M_E}{K_{II}} \cdot L^2$$

## Viruman aiheuttama taipuma

### Halkeamaton poikkileikkaus



Käyrästymä

Ennen virumaa :

$$1/r_0 = \frac{|\epsilon_{ce1}| + |\epsilon_{ce2}|}{h} = \frac{|\epsilon_{ce1}|}{x}$$

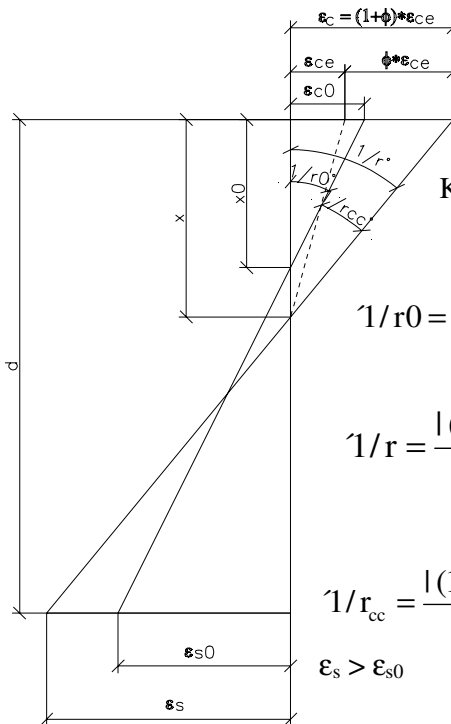
Viruman jälkeen

$$1/r = \frac{|(1+\phi)\epsilon_{ce1}| + |(1+\phi)\epsilon_{ce2}|}{h} = \frac{|(1+\phi)\epsilon_{ce1}|}{x} = (1+\phi)1/r_0$$

Viruman aiheuttama käyrästymän lisäys

$$1/r_{cc} = \frac{|\phi\epsilon_{ce1}| + |\phi\epsilon_{ce2}|}{h} = \frac{|\phi\epsilon_{ce1}|}{x} = \phi 1/r_0$$

### Halkeillut poikkileikkaus



$$\epsilon_c < (1+\phi)\epsilon_{c0}$$

$$\epsilon_{ce} < \epsilon_{c0}$$

$$x < x_0$$

Käyrästymä

Ennen virumaa :

$$1/r_0 = \frac{|\epsilon_{c0}| + |\epsilon_{s0}|}{h} = \frac{|\epsilon_{ce0}|}{x_0}$$

Viruman jälkeen

$$1/r = \frac{|(1+\phi)\epsilon_{ce}| + |\epsilon_s|}{d} = \frac{|(1+\phi)\epsilon_{ce}|}{x} < (1+\phi)1/r_0$$

Viruman aiheuttama käyrästymän lisäys

$$1/r_{cc} = \frac{|(1+\phi)\epsilon_{ce} - \epsilon_{c0}| + |\epsilon_s - \epsilon_{s0}|}{d} = \frac{|(1+\phi)\epsilon_{ce} - \epsilon_{c0}|}{x} < \phi 1/r_0$$

$$\epsilon_s > \epsilon_{s0}$$

## Kutistuman aiheuttama taipuma

Yleensä halkeamattomassa poikkileikkauksessa kutistuman aiheuttama käyristymä on vähäistä. Haljenneessa poikkileikkauksessa puristuspuoli kutistuma, mutta vetoteräket eivät, jolloin syntyy käyristymää ja edelleen taipumaa.

$$\text{Kutistuman aiheuttama taipuma } a_{cs} = \delta_a \cdot \frac{1}{r_{cs}} \cdot L^2 = \delta_a \cdot \epsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S}{I}$$

$\alpha_e = E_s/E_{c,eff}$  (tehollinen virumaluku otettuna huomioon)

S on raudoituksen staattinen momentti poikkileikkauksen painopisteen suhteen

I on poikkileikkauksen hitausmomentti

S ja I lasketaan erikseen halkeamattomalle ja haljenneelle poikkileikkaukselle ja näin saadut taipumat interpoloidaan suhteessa halkeamamomenttiin.

$$\text{Halkeamaton poikkileikkaus: } S_I \approx A_s \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{Haljennut poikkileikkaus: } S_{II} &= A_s \cdot (d - x) \\ I_{II} &= \alpha_e \cdot A_s \cdot z \cdot (d - x) \end{aligned}$$

Haljenneessa poikkileikkauksessa kutistuman aiheuttamaksi taipumaksi

$$\text{saadaan } a_{cs,II} = \delta_a \cdot \frac{\epsilon_{cs}}{z}$$



Lopullinen taipuma on

$$a = \zeta \cdot (a_{II} + a_{cs,II}) + (1 - \zeta) \cdot (a_I + a_{cs,I})$$

$$\text{Interpolointiparametri } \zeta = 1 - \beta \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \approx 1 - \beta \cdot \left( \frac{M_r}{M_E} \right)^2$$

$\beta=1,0$  ensimmäiselle halkeaman aiheuttamalle kuormitukselle  
 $\beta=0,5$  toistuvalla kuormituksella (normaali tapaus)

$$\text{Halkeamamomentti } M_r = W_{ce} \cdot f_{ctm}$$

$$\text{Halkeamamomenttia vastaava teräsännitys } \sigma_{sr} = \frac{M_r}{z \cdot A_s}$$

$M_E$  on kokonaiskuormaa vastaava käyttötilan momentti, vaikka taipuma laskettaisiinkin pienemmälle kuormitusyhdistelmälle (tavallinen tai pitkäaikainen kuormitus).

Sallittu taipuma:

$$\text{Tavallisella kuormitusyhdistelmällä } a_{sall} = L/250$$

Jos rakenne kantaa tai siihen liittyy helposti halkeilevia seiniä tai helposti vaurioituvia rakenneosia, niin sallittu taipuma kokonaiskuormalla on  $a_{sall} = L/500$ .