

Klassinen dynamiikka: Luento 2

Martikainen Jani-Petri

Oppimistavoitteet tänään

- Ymmärrät mitä inertiaalisella ja ei-inertiaalisella koordinaatistolla tarkoitetaan ja miksi ne ovat merkityksellisiä
- Newtonin lait ja Galilein muunnos
- Sovelletaan Newtonin lakeja ja muunnoksia ei-inertiaaliseen koordinaatistoon parilla esimerkillä

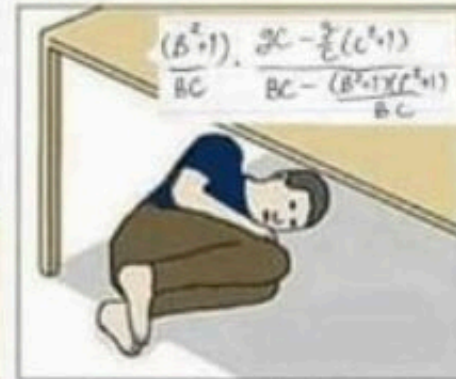
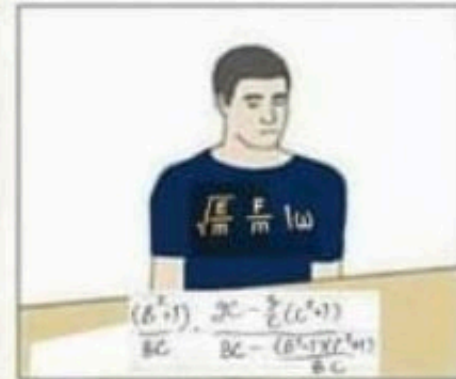
Oppimista voite?

HOW TO SOLVE A PHYSICS PROBLEM



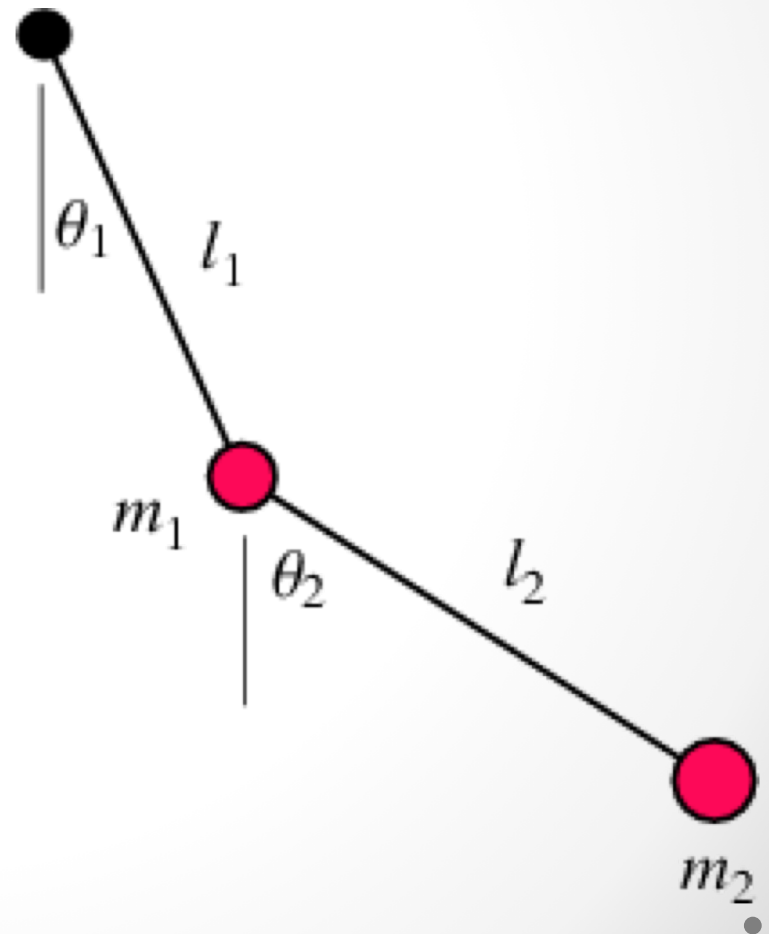
$$\Sigma F = ma$$

First, Write down Newton's 2nd Law. Then...



Warm up Newton: kaksoisheiluri

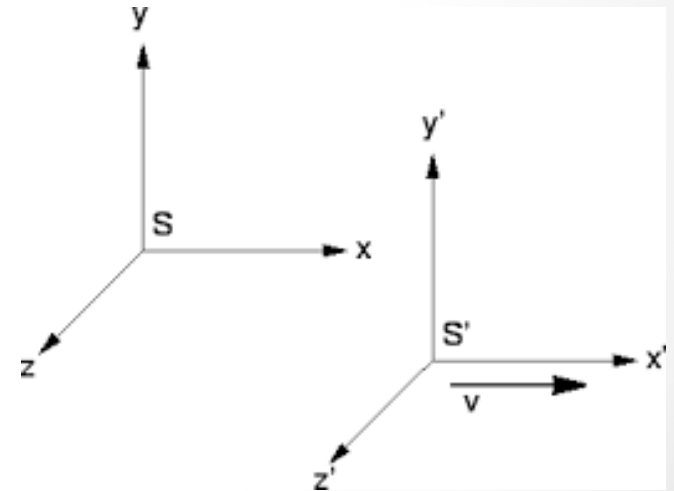
- Newtonin tavalla
- Tehdään yhdessä



Galilein muunnos

- Miten Newtonin mekaniikassa siirrytään inertiaalikoordinaatistosta toiseen
- Jos uusi koordinaatisto liikkuu x-suuntaan nopeudella v ...

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t.\end{aligned}$$



- Yleisesti

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{v}t$$

$$t' = t$$

Kaikki samaa mieltä ajasta ja suhteellisista koordinaateista

Galilein muunnos

- Newtonin II invariantti Galilein muunnoksessa, koska....(muistiinpanot)
- Aaltoyhtälö ei ole invariantti Galilein muunnoksessa (laskarit)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$



Aallon nopeus riippuu
siis havaitsijan liikkeestä

Galilein muunnos

- Voidaan esittää myös matriisin avulla...unohdetaan nyt y ja z komponentit selvyyden vuoksi...

$$\begin{pmatrix} x' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$$

- Kaksi perättäistä muunnosta (v_1 ja v_2 nopeudet)?

Do it!

$$\begin{pmatrix} x'' \\ t'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -v_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -v_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$$

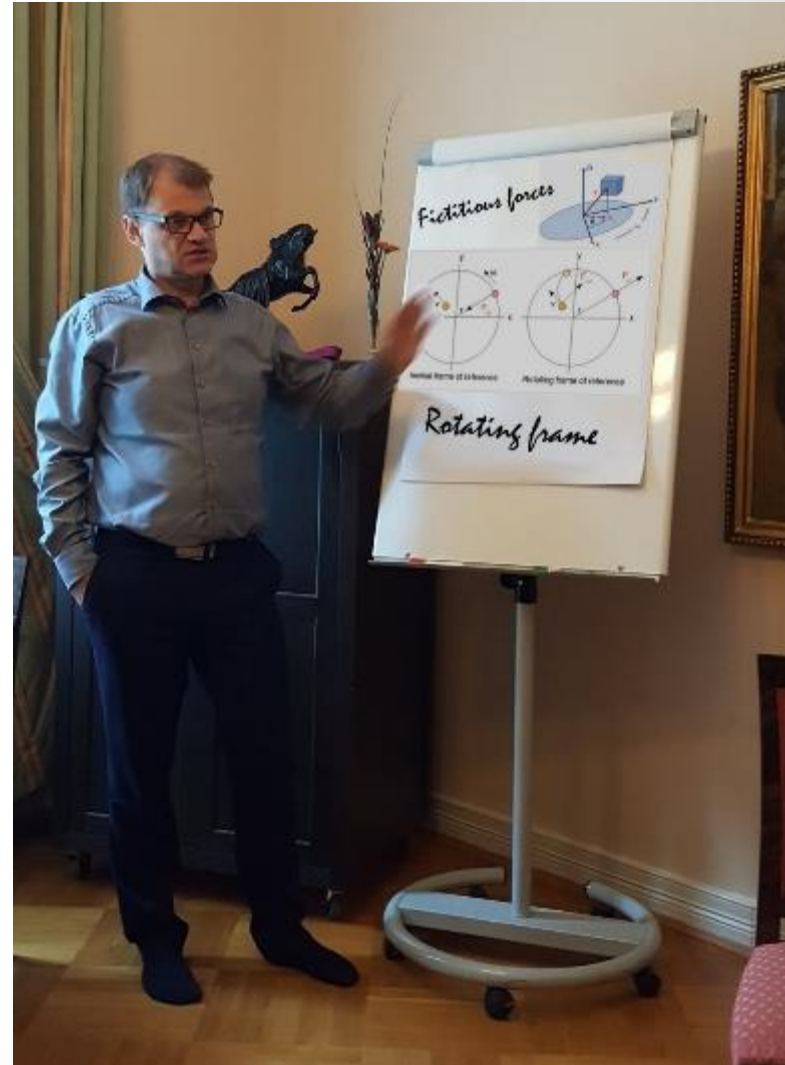
- **Vastaus: nopeuksien yhteenlasku** $\begin{pmatrix} x'' \\ t'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -(v_1 + v_2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}$

Ei-inertiaaliset koordinaatistot

Ovat kiihtyvässä
liikkeessä.

Näin ollen hiukkanen voi esim. muuttaa
nopeuttaan ilman ulkoista voimaakin

https://www.youtube.com/watch?v=dt_XIp77-mk



Kiihtyvässä liikkeessä olevat koordinaatistot: HOWTO

- Newtonin lait yksinkertaisia inertiaali koordinaatistoissa
- Kun siirrymme ei-inertiaaliseen koordinaatistoon, uusia yllättäviä termejä voi ilmestyä liikeyhtälöihin
- **Nämä ovat näennäisvoimia (fictitious forces)**
- **Esimerkkejä?**

keskipakoisvoima, Coriolis
voima

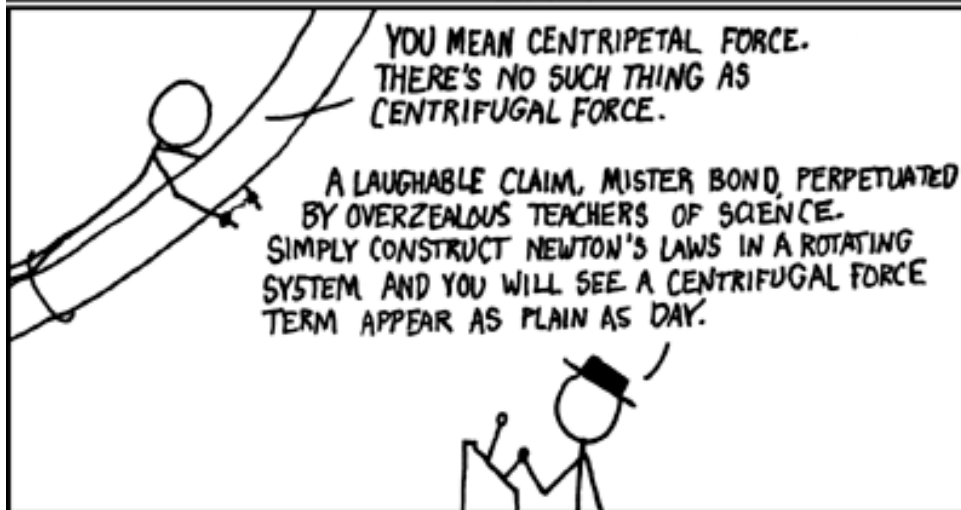
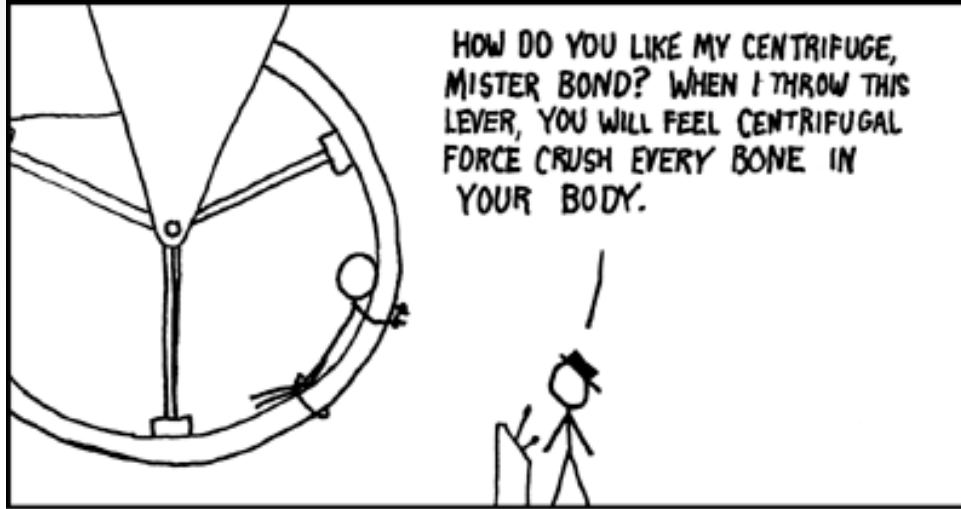
Kiihtyvät koordinaatistot

- Newtonin laki kiihtyvässä/pyörivässä koordinaatistossa 10.2
- Muistiinpanot/kirja... \mathbf{V} on mikä tahansa vektori, $\boldsymbol{\omega}$ **kulman**nopeusvektori inertiaalikoordinaatistossa

$$\left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right)_{inertial} = \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right)_{body} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}$$

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\right)_{inertial} = \left(\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\right)_{body}$$

$$\left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_{inertial} = \left(\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right)_{body} + 2\boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{body} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$



Keskihakuvoima on oikea



Mihin keskihakuvoima muuten osoittaa?

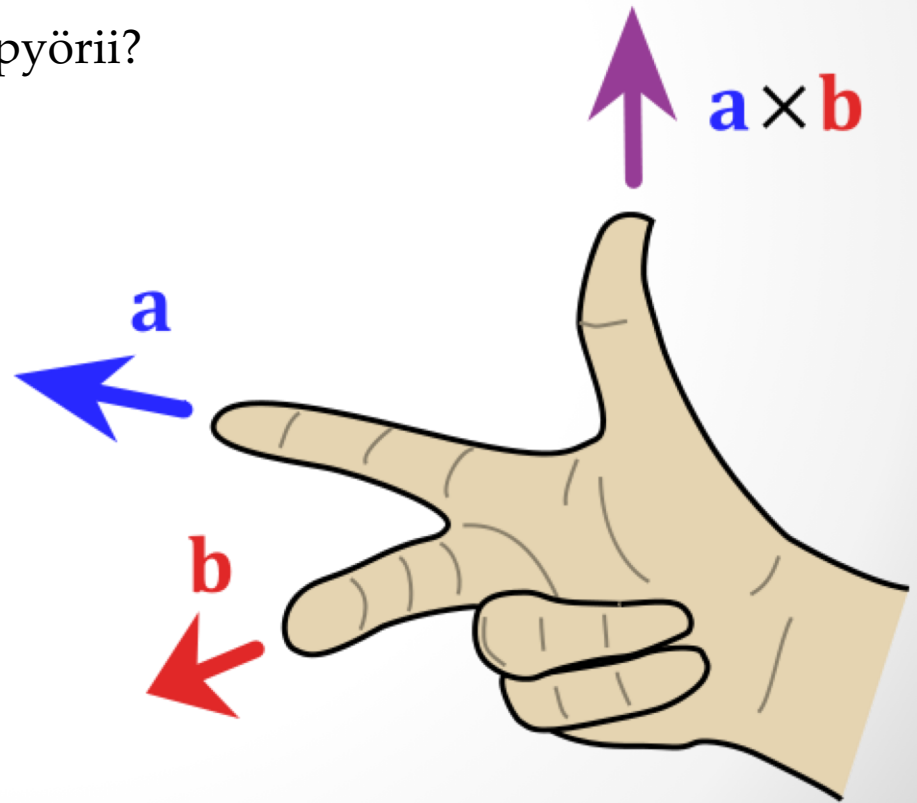
Ei-inertiaalikoordinaatistot

- Not magic!
- Koordinaattimuunnos tuottaa liikeyhtälöön uusia termejä
- Ei kuitenkaan uusia vuorovaikutuksia eli siinä mielessä "näennäisiä"
- ...Jos olet jumissa kiihtyvässä koordinaatistossa, joudut kuitenkin elämään niiden kanssa.

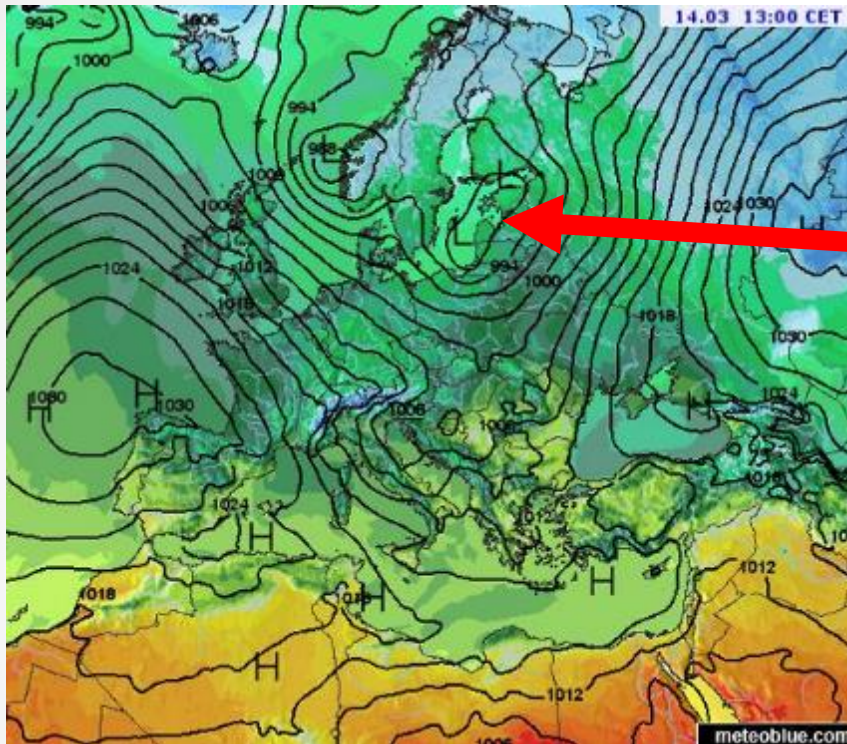
Kiihtyvässä liikkeessä olevat koordinaatit

- Esimerkkejä...

Mihin suuntaan maapallo muuten pyörii?



Esimerkki



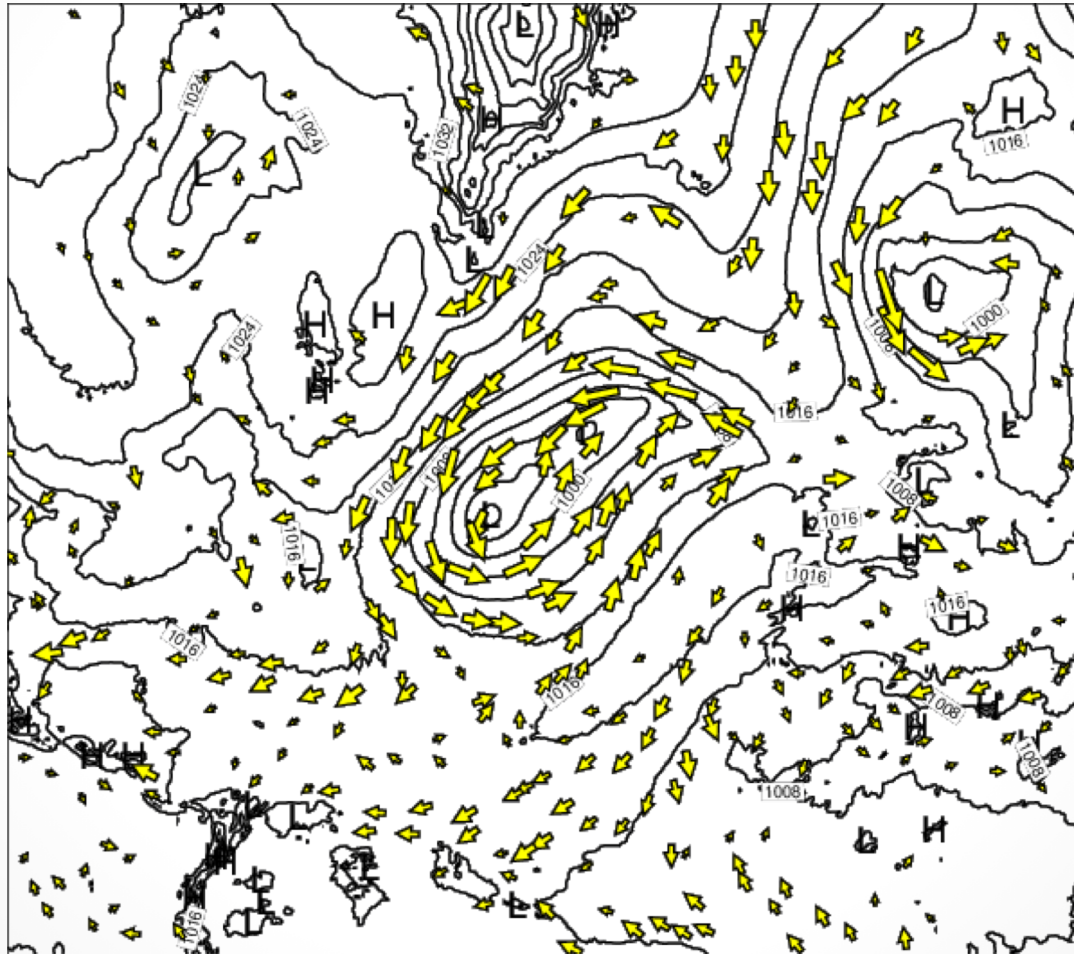
Mihin suuntaan ilma kiertää Matalapaineen kohdalla?

Vihjeitä:

- Ilma pyrkii täyttämään matalamman paineen alueen

$$Coriolis = -2m(\omega \times \mathbf{v})$$

Tarkistetaan



Maa: case study

- Inertiaalikoordinaatisto aurinko keskellä
- Ei-inertiaalinen pyörivään maahan origo maan keskellä
- Maa auringon ympäri 32×10^7 s
- Maa itsensä ympäri 8.62×10^4 s
- Maan painovoima suhteessa aurinkoon noin 1660x suurempi
- Kappaleen liike...

$$m \left(\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \right)_e = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}' - 2m\boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)_e - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

- Esimerkkejä...
- Kappale puntarissa--> geoidin idea
- Putoava kappale

•

•

Ensi viikolla

- Yleistetyt koordinaatit
- Rajoitteet
- D'Alambertin periaate
- Lagrangen yhtälö ja Lagrangen funktio



Galileon ajatuskoe

([Simon Stevin](#) huomasi tämän kokeellisesti 18v ennen Galileo Galileita)

- Putoavat samalla kiihtyvyydellä



???????