

Harjoitustehtäviin liittyvää materiaalia löytyy kurssikirjasta

Adams & Essex, Calculus, A Complete Course (8th Edition) luvuista 9.3 ja 9.4

Alkuviikko

1. Mitkä seuraavista sarjoista suppenevat/hajaantuvat?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n^3+5n-3}$

2. Miksei seuraavien sarjojen suppenemista/hajaantumista voi päätellä integraalitestin avulla?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} \sin n$

3. Päättele annettujen sarjojen suppeneminen vertailemalla.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n}{3n}\right)^n$ vs $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$ vs $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

4. Mitkä seuraavista sarjoista suppenevat?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-4}{\sqrt{n^3+n^2+8}}$

(c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$

Loppuviikko

Taulutehtävät

1. Mitkä seuraavista sarjoista suppenevat?

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n^4+2n^3+2n}$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n^3+1}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{e^n}$

2. Mitkä annetuista sarjoista suppenevat/hajaantuvat?

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$
- (b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+2n+1}$
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (1/n) \sin(n\pi/2)$

3. Mitkä seuraavista sarjoista suppenevat itseisesti tai ehdollisesti, mitkä hajaantuvat?

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$
- (b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n}$
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$
- (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n}{n^2}$

Palautettavat tehtävät

4. Tutki sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \text{ suppenemista.}$$

5. Tässä tehtävässä konstruoidaan Cantorin 1/3-joukkona tunnettu fraktaali. Tarkastellaan reaalilukuväliä $[0, 1]$, jaetaan se kolmeen yhtä pitkään väliin ja poistetaan keskimmäinen väli. Seuraavassa vaiheessa poistetaan keskimmäinen kolmannes jäljelle jääneistä kahdesta välistä. Kolmannessa vaiheessa poistetaan keskimmäinen kolmannes jäljelle jääneistä väleistä jne.

- (a) Piirrä kuva prosessin vaiheista.
- (b) Etsi sarja, joka määrää n :nessä vaiheessa poistettujen välien yhteispituuden.
- (c) Jos jatketaan prosessia rajattomasti, mikä tulee olemaan poistettujen osien kokonaispituus?

6. Etsi pienin kokonaisluku n , joka takaa sen, että pätee $|s_n - s| < 0,001$, kun s on sarjan summa ja s_n sarjan n . osasumma.

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$
- (b) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n}$