

Aalto-universitetet

Björn Ivarsson

### Inlämningsuppgift 1

Differential- och integralkalkyl 1, MS-A0109.

**Inlämnas senast onsdag 13.9 kl 23.59 på MyCourses.** *Lämna dina lösningar i en pdf-fil och se till att ditt namn och studentnummer finns i filnamnet.*

(1) Bevisa att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k^2} = 0.$$

(Ledning: Observera att

$$\sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} + \cdots + \frac{1}{(2n)^2}.$$

Vilken term är störst i denna summa? Använd den största termen för att uppskatta hur stor summan kan vara.) (4p)

(2) Låt  $(F_j)_{j=0}^{\infty}$  vara Fibonacciföljden definierad via

$$F_{j+2} = F_{j+1} + F_j \text{ då } j \geq 0,$$

$F_0 = 0$  och  $F_1 = 1$ . Visa att

$$\sum_{j=0}^n (F_j)^2 = F_n F_{n+1} \text{ då } n \geq 0.$$

(Ledning: Genomför ett induktionsbevis.) (4p)

(3) Beräkna

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \right) \sqrt{n + \frac{1}{2}}. \quad (4p)$$