

Aaltouniversitetet

Björn Ivarsson

Inlämningsuppgift 4

Differential- och integralkalkyl 1, MS-A0109.

Inlämnas senast onsdag 4.10 kl 23:59 på MyCourses. *Lämna dina lösningar i en pdf-fil och se till att ditt namn och studentnummer finns i filnamnet.*

(1) Beräkna

(a)

$$\int_0^{\pi} x - \cos 2x \, dx \quad (2p)$$

(b)

$$\int \cos^2(x/2) \, dx$$

(Ledning: $\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$ eller omskrivet $2 \cos^2 \theta = 1 + \cos(2\theta)$.) (2p)

(2) Antag att $\alpha > 0$.

(a) Låt

$$I_n = \int_0^{\alpha} x^{1/n} \, dx$$

för $n = 1, 2, 3, \dots$. Beräkna $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$. (2p)

(b) Låt

$$J_n = \int_0^{\alpha} x^n \, dx$$

för $n = 1, 2, 3, \dots$. Beräkna $\lim_{n \rightarrow \infty} J_n$. (2p)

(Ledning: Det blir två fall i (b) beroende på vilket värde α har.

Fundera också på om era svar verkar rimliga genom att tolka dem geometriskt.)

(3) Beräkna

$$\int_a^2 \frac{1}{x^2 - x} \, dx$$

där $1 < a \leq 2$. (Ledning: Försök hitta konstanter A och B så att

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{1}{x(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1}$$

för alla $x \in \mathbb{R}$.) (4p)