SCI-C0200: Tietokoneharjoitustyö
Tehtävä 4. Lohien populaatiomalli

a) Oletetaan, että aikuiset lohet nousevat jokeen kutemaan. Aikanaan syntyvien lohenpoikasien määrä (x_1(j)) riippuu kutevien lohien biomassasta. Syntymänsä jälkeen lohenpoikaset lähtevät vaeltamaan kohti merta. Merellä talvi on kova ja seuraavana vuonna lohista on elossa ainoastaan tietty osa s_1. Jotkut yksivuotiaista nousevat jokeen kutemaan (osuus α_1), mutta osa $(1-\alpha_1)$ varttuu merellä vielä toisenkin talven ennen kutemistaan. Kaikki hengissä kaksivuotiaiksi asti selvinneet lohet nousevat kutemaan. Kutemaan nousevat lohet joutuvat matkallaan kohtaamaan monia vaaroja, eivätkä kaikki pääse perille (hengissäsäilymisparametri σ_i, i=1,2). Kaksivuotiaat lohet ovat painavampia (w_2) kuin yksivuotiaat (w_1), joten ne tuottavat enemmän jälkeläisiä. Matemaattisesti edellä selitetty voidaan ilmaista seuraavasti

$$\begin{aligned}
x_1(j) &= (w_1y_1(j)+w_2y_2(j))e^{\rho-\beta(w_1y_1(j)+w_2y_2(j))} \\
x_2(j+1) &= s_1(1-\alpha_1)x_1(j) \\
y_1(j+1) &= s_1\alpha_1\sigma_1x_1(j) \\
y_2(j+1) &= s_2\sigma_2x_2(j),
\end{aligned}$$

missä

$$\begin{aligned}
x_1(j) &= \text{syntyvien lohenpoikasten määrä vuonna j} \\
x_2(j+1) &= \text{mereen kasvamaan jäävät yksivuotiaat lohet vuonna j+1} \\
y_1(j+1) &= \text{joessa kutevat yksivuotiaat lohet vuonna j+1} \\
y_2(j+1) &= \text{joessa kutevat kaksivuotiaat lohet vuonna j+1} \\
w_1 &= \text{yksivuotiaiden kutevien lohien keskimääräinen paino} \\
w_2 &= \text{kaksivuotiaiden kutevien lohien keskimääräinen paino} \\
\rho &= \text{lisääntymisen skaalaustekijä} \\
\beta &= \text{lisääntymisfunktion muotoon vaikuttava parametri} \\
\alpha_1 &= \text{jokeen kutemaan nousevien yksivuotiaiden lohien osuus} \\
s_1 &= \text{yksivuotiaaksi kasvavien lohien hengissäsäilymisparametri} \\
&\ \text{talvella merellä} \\
s_2 &= \text{kaksivuotiaaksi kasvavien lohien hengissäsäilymisparametri} \\
&\ \text{talvella merellä} \\
\sigma_1 &= \text{yksivuotiaiden lohien hengissäsäilymisparametri matkan} \\
&\ \text{aikana} \\
\sigma_2 &= \text{kaksivuotiaiden lohien hengissäsäilymisparametri matkan} \\
&\ \text{aikana}
\end{aligned}$$

Tee matlab-funktio, joka laskee vektoreihin x_2, y_1 ja y_2 mallin tilamuuttujien x_2, y_1, y_2 arvot alkuhetkestä loppuhetkeen. Simuloi mallin käyttäytymistä pitkällä aikavälillä, esim. 200 vuotta eteenpäin. Piirrä simuloimasi mallin tilamuuttujat x_2, y_1, y_2 ajan funktiona. Tutki, millä parametrien ρ ja α_1 arvoilla saadaan (i) stabiileja, (ii) periodisia, (iii) kaksoisperiodisia ja (iv) kaoottisia ratkaisuja. Parametri α_1 saa arvoja 0:n ja 1:n väliltä 0.1 välein ja ρ:ta kannattaa tutkia välillä [2.0, 5.0] niin ikään 0.1 välein. Käytä simuloinneissa muille parametreille arvoja $w_1 = 1.0$, $w_2 = 2.4$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1.0$, $s_1 = s_2 = e^{-1.3}$, β=0.003. Oleta, että alkuhetkellä $x_2(0) = y_1(0) = y_2(0) = 333$.

b) Ajatellaan, että niistä kaloista, jotka lähtevät kutemaan, osa pääsee perille asti ja osa joutuu matkalla kalastajien saaliiksi. Tällöin $\sigma_1 = \sigma_2 = e^{-v}$, missä v on kalastusponnistus. Kalastajien saaliiksi saama kalamäärä $Y = y_1(1-e^{-v}) + y_2(1-e^{-v})$. Muuttaako kalastuksen lisääminen mallin stabiilisuusominaisuuksia parametrien ρ ja α_1 suhteen? Tutki, miten kalastusponnistuksen v arvo kannattaa valita, jotta (i) keskimääräinen saalis ensimmäisten 20 vuoden ajalta ja (ii) saalis 200 vuoden kuluttua olisi maksimissaan, kun oletetaan, että $\rho = 3.7$ ja $\alpha = 0.5$.

Liitä dokumenttiin tekemiesi .m-tiedostojen listaukset sekä kuvat erityyppisistä (stabiili, periodinen, kaksoisperiodinen ja kaootinen) ratkaisuista a)- ja b)-kohdissa. Esitä myös saaliin määrä Y ajan funktiona, kun v valitaan optimaalisesti. Vihje: Matlabissa esim. $fminbnd$-funktio.