SCI-C0200: Tietokoneharjoitustyö
Tehtävä 9. Palvelupankin simulointi

Tutkitaan pientä pankkia, johon asiakkaita saapuu Poissonin prosessin mukaisesti (saapumisparametri λ). Palveluaika on eksponenttijakautunut parametrina μ, jolloin asiakkaiden poistumisprosessi on Poisson-jakautunut parametrina μ. Pankissa siis palvelee ainoastaan yksi virkailija. Määritellään tilatodennäköisyys $P_n(t)$ eli todennäköisyys sille, että hetkellä t pankissa on n kappaletta asiakkaita. Kun oletetaan, että pankkiin mahtuu kerrallaan vain N asiakasta, tilatodennäköisyydet toteuttavat seuraavat yhtälöt

$$
\begin{aligned}
P_n(t+1) &= \lambda_{n-1}P_{n-1}(t) + (1-\lambda_n-\mu_n)P_n(t) + \mu_{n+1}P_{n+1}(t), \\
& \quad 1 \le n \le N-1 \\
P_0(t+1) &= (1-\lambda_0)P_0(t) + \mu_1 P_1(t) \\
P_N(t+1) &= \lambda_{N-1}P_{N-1}(t) + (1-\mu_N)P_N(t)
\end{aligned}
$$

Olkoon N = 20 sekä λ_n = 0,3 ja μ_n = 0,4 kaikilla n. Simuloikaa tilatodennäköisyyksiä, kun a) oletetaan kukin tila yhtä todennäköiseksi ja b) kun alussa tilatodennäköisyydet ovat tasajakautuneita satunnaismuuttujia (matlab-funktio rand). Muistakaa normeerata tilatodennäköisyyksien summa ykköseksi! Lähestyvätkö tilatodennäköisyydet joitain vakioarvoja? Miten tilanne muuttuu, jos μ_n onkin jotain muuta, esim. 0,1? Mikä on fysikaalinen tulkinta erilaisille tilanteille?

Liittäkää dokumenttiin tekemienne .m-tiedostojen listaukset sekä kuvia tilatodennäköisyyksien käyttäytymisestä, kun järjestelmää simuloidaan pitkällä aikavälillä.