

SCI-C0200: Tietokoneharjoitustyö

Tehtävä 13. Hampurilaisbaarin jonon simulointi

Niittykummun McLaTeXin drive in -palvelupisteeseen saapuu autoja Poisson(λ)-prosessin mukaan, missä $\lambda = 40$ autoa tunnissa. Palveluaika kussakin palvelupisteessä on eksponenttijakautunut keskiarvona $\mu = 4$ minuuttia/asiakas. Tällöin poistuvien autojen määrä on Poisson-jakautunut parametrina $\frac{1}{\mu_j}$, missä μ_j riippuu palvelupisteiden määrästä s seuraavasti

$$\mu_j = \begin{cases} \mu/j, & j \leq s \\ \mu/s, & j > s \end{cases}$$

Esimerkiksi Matlabin satunnaislukugeneraattori tuottaa välille $[0, 1]$ tasajakautuneita (pseudo)satunnaislukuja R . Kehitä (Matlab-) ohjelma, joka tuottaa Poisson-jakautuneita satunnaismuuttujia eksponenttijakautuneiden satunnaismuuttujien avulla (vinkki: näitä puolestaan saadaan ratkaisemalla t lausekkeesta $F(t) = R$, missä $F(t)$ on eksponenttijakauman kertymäfunktio ja R tasajakautunut satunnaismuuttuja, jolloin t on eksponenttijakautunut satunnaismuuttuja).

Poisson-prosessissa tapahtumien välinen aika on eksponenttijakautunut. Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja parametrinaan λ muodostetaan näin ollen ottamalla otoksia eksponenttijakaumasta parametrinaan $1/\lambda$ ja pitämällä kirjaa lukujen summasta, kunnes summa ylittää tarkasteluaajan. Jos eksponenttijakautuneita satunnaislukuja tuottavaa funktiota on tässä vaiheessa kutsuttu n kertaa, Poisson-jakautuneen satunnaisluvun realisaatio on $n - 1$.

a) Simuloi jonon pituutta, kun oletetaan, että $s = 2$. Jos siis hetkellä t jonossa on E_j autoa, hetkellä $t + 1$ jonossa $= E_j + \lambda_{t,t+1} - \mu_{t,t+1}$, missä $\lambda_{t,t+1}$ on aikavälin kuluessa saapuneiden autojen määrä – siis Poisson(λ)-jakautuneen satunnaismuuttujan realisaatio välillä $(t, t + 1)$ – ja $\mu_{t,t+1}$ on aikavälin kuluessa hampurilaisensa saaneiden määrä – siis Poisson($\frac{1}{\mu_j}$)-jakautuneen satunnaismuuttujan realisaatio välillä $(t, t + 1)$. Alussa palvelupisteessä ei ole asiakkaita.

b) Jos olisit hampurilaisyrittäjä, olisitko tyytyväinen tilanteeseen? Päätät kokeilla ratkaisua, jossa avoinna olevien kassojen lukumäärä muuttuu jononpituuden mukaan. Tavoitteesi on minimoida sekä asiakkaiden odotusaikaa, että tarvittavaa työvoiman määrää. Kokeile keksimääsi strategiaa simuloimalla.

Liitä työselostukseesi mukaan laatimasi menetelmä Poisson-jakautuneiden satunnaislukujen tuottamiseen perusteluineen, käyttämäsi ohjelmakoodi sekä kuvat jonon käyttäytymisestä ajan funktiona sekä a- että b-kohdassa.