Aalto-universitetet
Björn Ivarsson

Inlämningsuppgift 2
Differential- och integralkalkyl 2, MS-A0209.
Inlämnas senast **onsdag 24.1.2024 23.59** via MyCourses.

(1) Definiera
$$f(x,y) = \int_0^{x^2 y} t - e^{-t^2}\, dt.$$
Beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}$ och $\frac{\partial f}{\partial y}$. (*Ledning:* Vad är $F'(T)$ om
$$F(T) = \int_0^{T} t - e^{-t^2}\, dt?)$$
(4p)

(2) Låt $\varphi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vara en deriverbar funktion. Visa att
$$f(x,y) = y\varphi(x^2 - y^2)$$
löser den partiella differentialekvationen
$$\frac{1}{x}\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + \frac{1}{y}\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \frac{1}{y^2} f(x,y)$$
då $x > 0$ och $y > 0$. (4p)

(3) En funktion $f(x,y)$ som uppfyller
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$
kallas harmonisk. Visa att $u_k(x,y) = e^{kx}\cos(ky)$ och $v_k(x,y) = e^{kx}\sin(ky)$ är harmoniska då $k \in \mathbb{Z}$. Skriv ner en harmonisk funktion som uppfyller $f(0,y) = 3\cos(2y) + 4\sin(4y)$. (4$p$)