Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)
MS-A0201
Hakula/Vättö
Harjoitukset, Viikko 4A, 2024

H

Määritelmistä

TEHTÄVÄ M1 Laske ketjusääntöä käyttäen $\dfrac{dw}{dt}$, kun

a) $w = xy + yz + zx, \quad x = e^t,\ y = 2t^2,\ z = e^{-t},$

b) $w = \dfrac{2xy}{x^2 + y^2}, \quad x = 2t,\ y = t^2.$

TEHTÄVÄ M2 Olkoot f ja g kaksi kahdesti derivoituvaa funktiota $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ja olkoon $h(x, y) = f(x\,g(y))$. Laske funktion h toisen kertaluvun osittaisderivaatat.

Johdanto

TEHTÄVÄ J1 Laske ketjusääntöä käyttäen $\dfrac{\partial w}{\partial s}$ ja $\dfrac{\partial w}{\partial t}$, kun

a) $w = x \ln(x^2 + y^2), \quad x = s + t,\ y = s - t,$

b) $w = e^{x+2y} \sin(2x - y), \quad x = s^2 + 2t^2,\ y = 2s^2 - t^2.$

TEHTÄVÄ J2 Approksimoi linearisoimalla funktion

$$f(x, y) = \frac{24}{x^2 + xy + y^2}$$

arvo pisteessä $(1.9, 2.1)$.

Kotitehtävät

TEHTÄVÄ K1 Olkoot $x = e^s \cos t$, $y = e^s \sin t$ ja $z = u(x,y) = v(s,t)$. Osoita, että

$$\frac{\partial^2 z}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = (x^2 + y^2)\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right).$$

TEHTÄVÄ K2 Olkoon $u(x,y) = r^2 \ln r$, missä $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Varmistu, että u on biharmoninen eli

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0.$$

Huom. Harmoninen funktio toteuttaa yhtälön

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$