

ELEC-C1230 Sääätötekniikka

3. laskuharjoitus

Laplace-muuntaminen ja Laplace-käänteismuuntaminen, siirtofunktiot, lohkokaaaviot

Huom. (Laplace-muunnos): Laske alla olevista harjoituksista kohdasta 1.II. tehtävät a, b ja c sekä kohdasta 1.III. tehtävät a, b ja c. Huom. harjoituksen ratkaisuihin nämä on esitetty aika kompaktisti. Varmista siis nyt, että osaat itse laskea.

1.

I. Määritä $F(s)$ käyttäen Laplace -muunnoksen määritelmää, kun

a. $f(t) = Au_s(t)$

b. $f(t) = e^{-at}u_s(t)$

Funktio $u_s(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$ on yksikköaskelfunktio hetkellä 0. (Jätetään joskus merkitsemättä).

II. Määritä $f(t)$, kun $F(s)$ on:

a. $\frac{4}{s^2 + 6s + 9}$

b. $\frac{4}{s^2 + 4s + 3}$

c. $\frac{10s + 8}{s(s^2 + 3s + 2)}$

d. $\frac{10s + 50}{s^2 + 4s + 13}$

e. $\frac{4}{s^2 + 8}$

f. $\frac{16s + 16}{(s^2 + 16)(s^2 + 4s + 20)}$

III. Määritä $F(s)$, kun $f(t)$ on:

a. $(2 + 3t + 4t^2 - 2e^{-3t})u_s(t)$

b. $(3te^{-4t} + 2 - 2e^{-4t})u_s(t)$

c. $(4 \sin 2t + 5 \cos 2t)u_s(t)$

d. $[2(t-1)]u_s(t-1)$

e. $[4e^{-3t}(\sin 2t + \cos 2t)]u_s(t)$

2. Järjestelmää kuvaa differentiaaliyhtälö: $\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 2y(t) = 3u(t)$

a. Määritä järjestelmän siirtofunktio $G(s) = Y(s)/U(s)$

b. Määritä vaste $y(t)$, kun heräte $u(t)$ on yksikköimpulssifunktio.

c. Määritä vaste $y(t)$, kun heräte $u(t)$ on yksikköaskelfunktio.

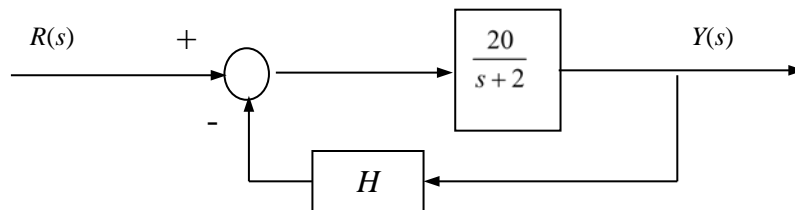
d. Määritä vaste $y(t)$, kun heräte $u(t)$ on yksikköpengerfunktio.

3. Muodosta differentiaaliyhtälö ja siirtofunktio tilaesityksestä.

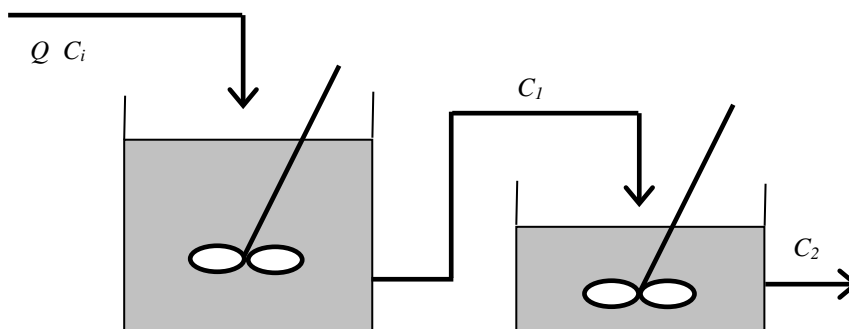
a.
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [1 \quad 0] \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [2 \quad 1] \mathbf{x}(t) \end{cases}$$

4. Laske alla olevan kuvan järjestelmän siirtofunktio $Y(s)/R(s)$, kun $H = 0.4$ ja $H = 0.9$. Hahmottele suljetun silmukan napojen paikat ja laske askel- ja impulssivasteet.



5. * Kuvassa on kaksi ideaalisekoitinta sarjassa. Pitoisuudet $C_i(t)$, $C_1(t)$ ja $C_2(t)$ ovat muuttujia, sekoittimien tilavuudet V_1 , V_2 ja tilavuusvirta Q ovat vakioparametrejä ($V_1 = 0.5 \text{ m}^3$, $V_2 = 0.2 \text{ m}^3$ ja $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$). Kokonaisprosessin tulosuure on $C_i(t)$ ja lähtösuure $C_2(t)$.



Muodosta prosessia kuvaava differentiaaliyhtälöryhmä, tilaesitys ja siirtofunktio ja laske:

- yksikköimpulssivaste
- yksikköaskelvaste
- askelvasteen raja-arvo, kun aika lähestyy ääretöntä
- staattinen vahvistus
- painofunktio