3B / K2

$z = x^2 + 2y^2$; $P \widehat{=} (0,0,1)$

Olkoon $Q \widehat{=} (x, y, z)$ piste pinnalla

Etäisyys $\|\overrightarrow{PQ}\|$? (lyhin, siis.)

Kohtisuora projektio:

$\overrightarrow{PQ} = x\underline{i} + y\underline{j} + (z-1)\underline{k}$ ja sen

on oltava samansuuntainen pinnan normaalin

$\underline{n} = 2x\underline{i} + 4y\underline{j} - \underline{k}$

kanssa.

Ehdot: $\overrightarrow{PQ} = t\underline{n}$, $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x = 2tx \\ y = 4ty \\ z - 1 = -t \end{cases}$$

(ja tietenkin $z = x^2 + 2y^2$)

Vaihtoehdot (riittävät):

(1)

$x \neq 0 \implies t = \frac{1}{2}$; $y = 0$, $z = 1/2$

Piste $Q_1 = (x, y, z) = (1/\sqrt{2}, 0, 1/2)$ ja etäisyys P:hen on $\sqrt{3}/2 = d_1$.

(2)

$y \neq 0 \implies t = 1/4$; $x = 0$, $z = 3/4$

$Q_2 = (0, \sqrt{3/8}, 3/4)$, $d_2 = \sqrt{7}/4$

(3)

$x = 0 = y \implies z = 0$ ($t = 1$ implisiittisesti)

$Q_2 = (0, 0, 0)$, $d_3 = 1$

Nyt $d_1 < d_2 < d_3$ eli lähin piste on

$Q = (0, \sqrt{3/8}, 3/4)$ etäisyydellä $\sqrt{7}/4$.