



Differentiaali- ja integraalilaskenta 2 (TFM)

MS-A0201

Hakula/Vättö

Harjoitukset, Viikko 5B, 2023



Määritelmistä

TEHTÄVÄ M1 Mikä on lyhin etäisyys pisteestä $(0, -1)$ käyrällä $y = \sqrt{1 - x^2}$? Voiko tehtävän ratkaista Lagrangen kertoimien avulla?

TEHTÄVÄ M2 Määritä tason pisteen lyhimmän etäisyyden suorasta kaava Lagrangen kertoimien avulla.

Johdanto

TEHTÄVÄ J1 Etsi origon lyhin etäisyys hyperbelistä $x^2 + 8xy + 7y^2 = 45$ käyttäen Lagrangen kertoimia.

TEHTÄVÄ J2 Määritä origon suurin ja pienin etäisyys käyrästä

$$\frac{x^4}{a^4} + \frac{y^4}{b^4} = 1.$$

Kotitehtävät

TEHTÄVÄ K1 Suuntaissärmiön särmien pituuksien summa olkoon $12a$. Määritä särmiön suurin mahdollinen tilavuus.

TEHTÄVÄ K2 Määritä funktion $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3$ suurin ja pienin arvo tason $x + y + z = 3$ ja pallon $x^2 + y^2 + z^2 = 27$ leikkausympyrällä.

Haaste

Tarkastellaan funktiota $f(x, y)$ rajoitusehdolla $g(x, y, p) = 0$, missä p on parametri, joka ei ole kontrolloitavissa eikä siten vaikuta funktion f kriittisten pisteiden määrittämiseen. Oletetaan, että (a, b) on eräs kriittinen piste. Määritä $df(a, b)/dp$ eli ääriarvon muutos parametrin suhteen.

Vastauksia

TEHTÄVÄ J1

$$\mathbf{V: 1} \quad \sqrt{5}.$$

TEHTÄVÄ J2

$$\mathbf{V: 2} \quad (a > 0, b < 0) \quad \sqrt[4]{a^2 + b^2}, \min\{a, b\}.$$

TEHTÄVÄ K1

$$\mathbf{V: 3} \quad a^3.$$

TEHTÄVÄ K2

$$\mathbf{V: 4} \quad \text{Maksimi } 123, \text{ minimi } 27.$$