



Aalto-yliopisto
Sähkötekniikan
korkeakoulu

ELEC-C1110

Automaatio- ja systeemi- tekniikan perusteet

Luento 8

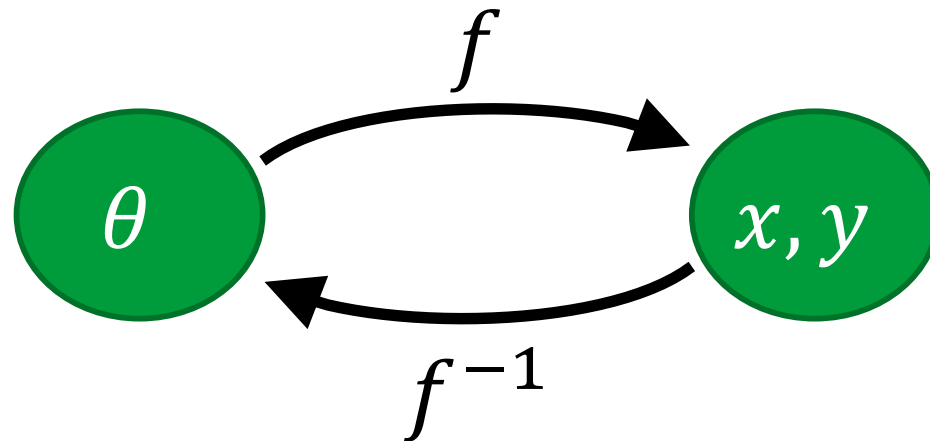
Robotin dynamiikka ja säätö.

”Miten robotti saadaan liikkumaan halutusti?”

11.3.2024, Joni Pajarinen

Viime kerrasta

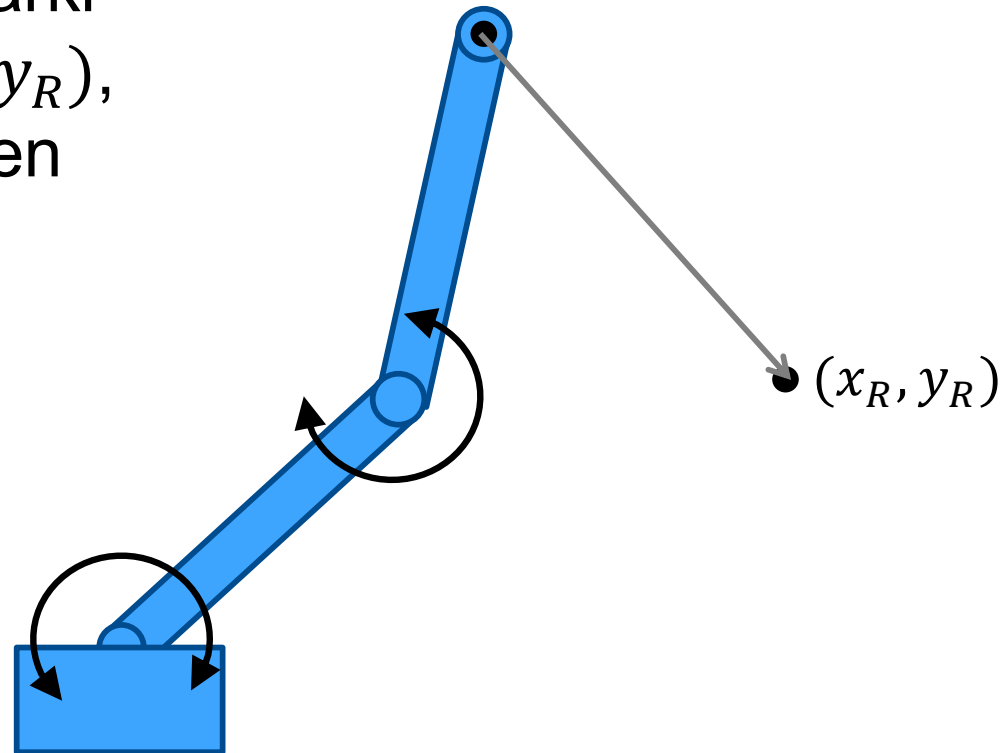
- **Suora kinematiikka:** työkalupisteen paikan laskeminen, kun nivelkulmat tunnetaan
- **Käänteinen kinematiikka:** nivelkulmien laskeminen, kun työkalupisteen paikka tunnetaan



?

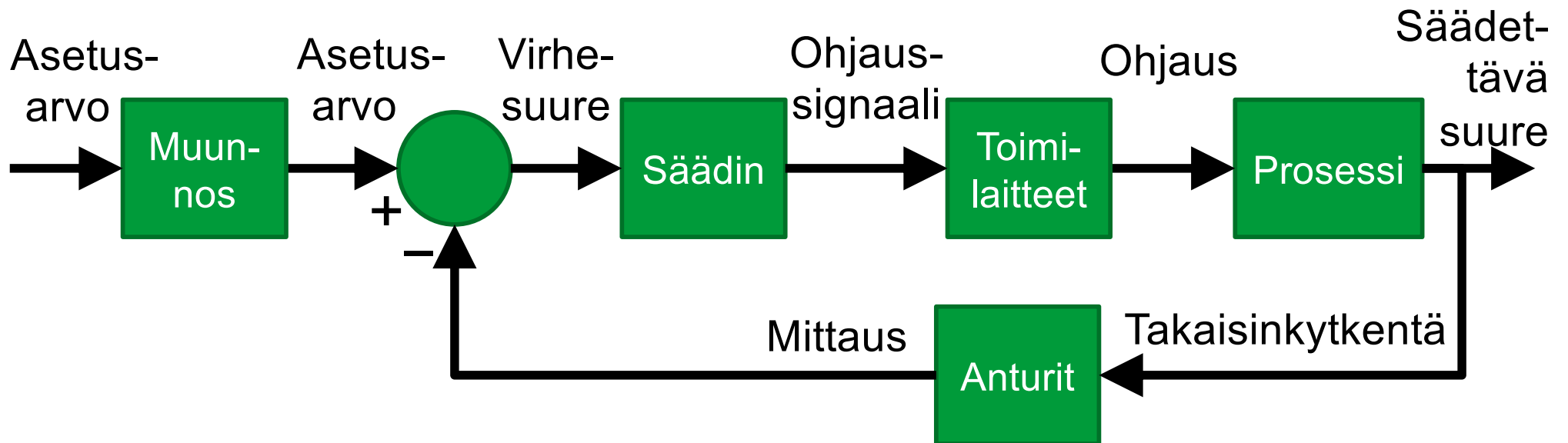
Robottiohjelma on yleensä sarja peräkkäisiä paikkoja

Miten robottikäsi varren kärki saadaan pisteeseen (x_R, y_R) , kun pyörivien moottoreiden vääntömomentteja pystytään ohjaamaan?



Aiemmin opittua

- Halutut nivelkulmat käänteisellä kinematiikalla



Nivelkulmien säätö

- Säädetään kutakin niveltä PD-säätimellä

$$\tau = K_P(\theta_A - \theta) + K_D \frac{d}{dt}(\theta_A - \theta)$$

- Jokainen nivel hakeutuu mahdollisimman nopeasti tavoiteasentoon
- Nivelkulmien säätö suoraan ei toimi pisteestä toiseen ohjauksessa (askelmaisesti)
 - Manipulaattorin kärjen liike sattumanvaraista, jos käytetään suoraan näin, törmäysvaara
 - Suorin tie nivelavaruudessa ei välttämättä ole suorin reitti karteesisessa koordinaatistossa

Robotin dynamiikan vaikutukset

- Kun ollaan kaukana tavoitepisteestä, virhesuure on hyvin suuri ja aiheuttaa suuren korjausohjeen
 - Robotti ei pysty toteuttamaan ohjetta, moottoreiden teho ei riitä
 - Säädin mahdoton virittää hyväksi
- Robottia liikutettaessa halutaan liikkeen olevan hallittua
- Kuinka huomioida nämä?

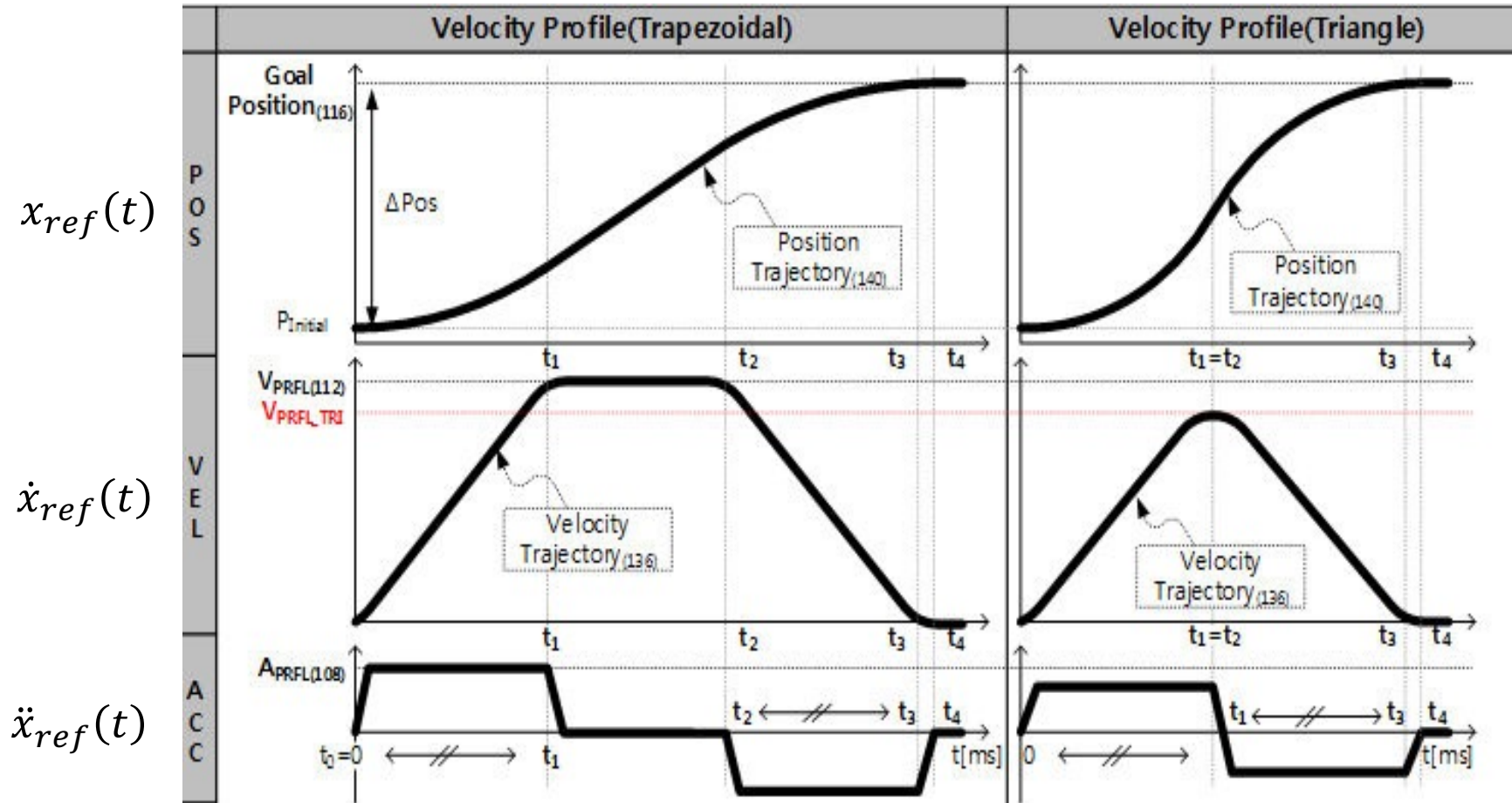
Trajektorit

- Kuvataan liike kahden pisteen välillä ottaen huomioon aika
 - Liike = paikka + nopeus + kiihtyvyys
 - Tätä kutsutaan **trajektoriksi** (engl. trajectory)
 - Kutsutaan myös ”liikeratakäyräksi”
- Millainen liikeprofiili (paikka, nopeus, kiihtyvyys) olisi järkevä?
 - Ajatellaan aluksi yksittäistä niveltä

Trajektoreista

- Kiihtyvyydellä ja nopeudella usein maksimiarvot
 - kiihtyvyyttä rajoittaa yleensä sähkömoottorin teho (virta)
 - nopeutta rajoittaa yleensä moottorin jännite
- Halutaan mahdollisimman nopea liikerata
- Miltä näyttää nopein liike ottaen huomioon rajoitteet?
 - Esimerkki: Nopein liike kahden pisteen välillä ottaen huomioon rajoitteet

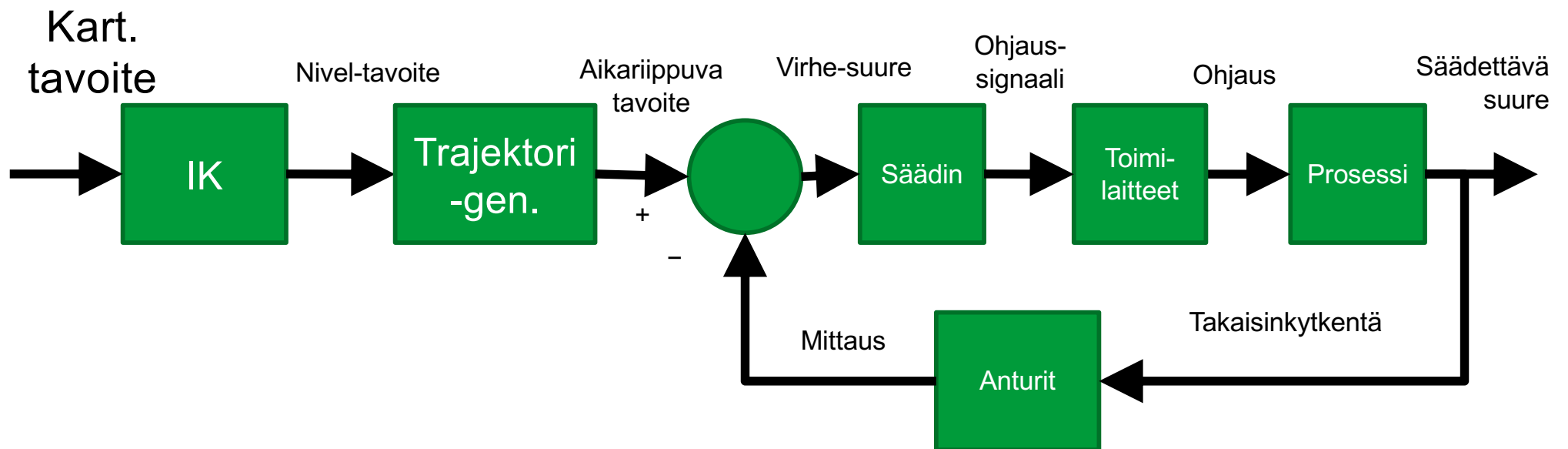
Trajektoreista



Dynamixel MX-64 -servomoottorin trajektorin luonti

Systemikaavio – nopea liike

- Lisätään kaavioon trajektorigeneraattori



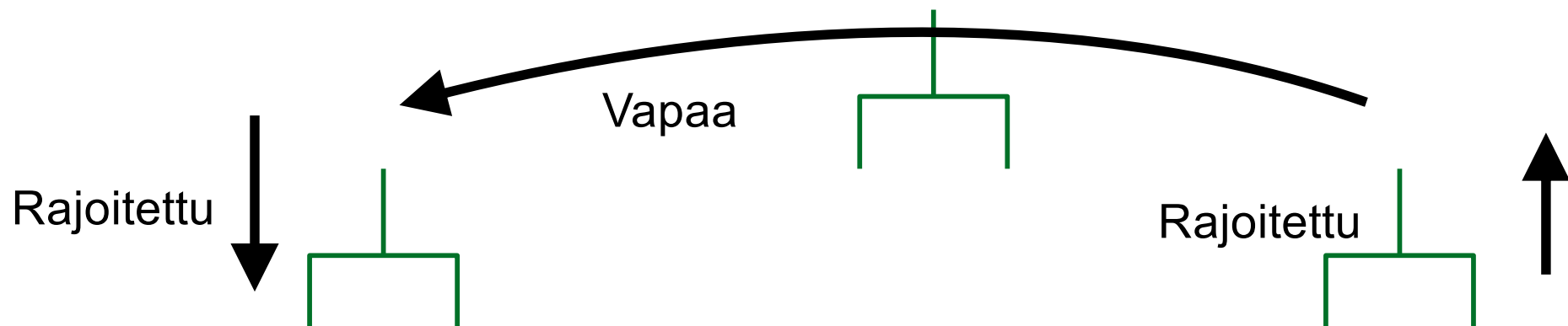
Nopean liikkeen haasteet

- Nopein liike yleensä lyhin reitti nivelavaruudessa
- Voi olla jotain ihan muuta karteesisessa koordinaatistossa
- Ei välttämättä turvallinen, ainakaan lähellä esteitä
- Kuinka tämä voitaisiin ratkaista?

Vapaa liike vs. rajoitettu liike?

engl. guarded motion

- Liikesarja voidaan usein jakaa vapaisiin ja rajoitettuihin liikkeisiin
 - vapaa liike = ei esteitä lähellä, nopea liike, pienet epätarkkuudet sallittuja
 - rajoitettu liike = esteitä lähellä, tarkka liike

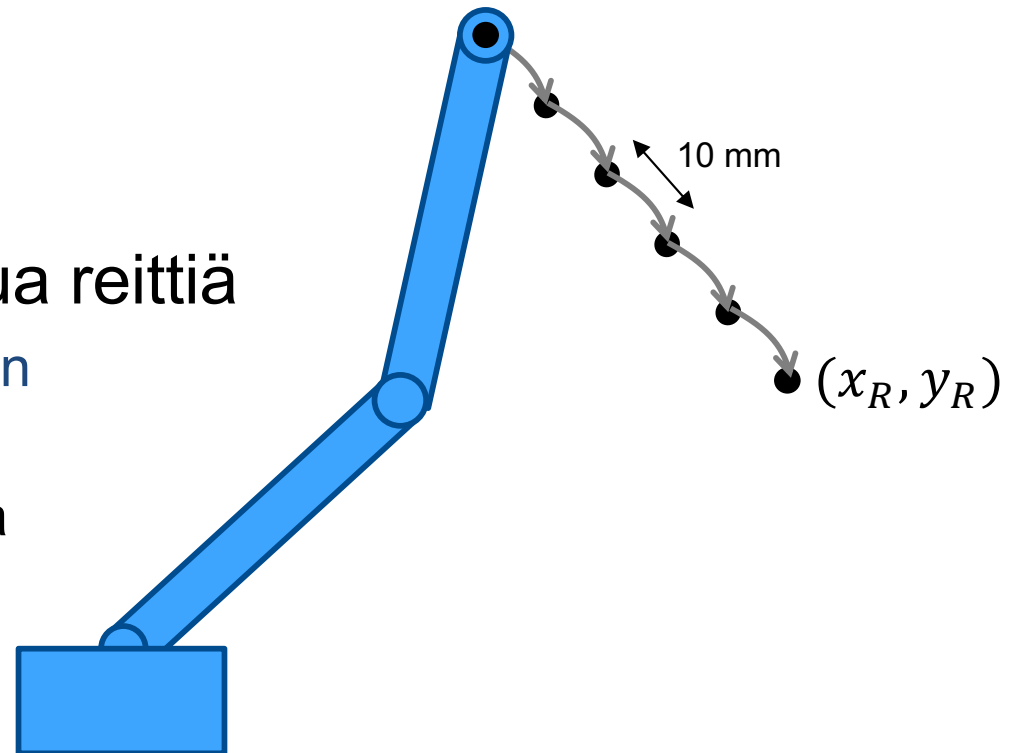


Kahden pisteen välinen liike

- Vapaille liikkeille: (yleensä) lineaariset trajektorit nivelavaruudessa
 - Nopea
- Rajoitetuille liikkeille: lineaariset trajektorit karteesisessa avaruudessa
 - Hitaampi, turvallisempi (*koska tiedetään tarkalleen mitä reittiä työkalupiste, eli työkalun kärkeen kiinnitetty koordinaatisto, kulkee*)

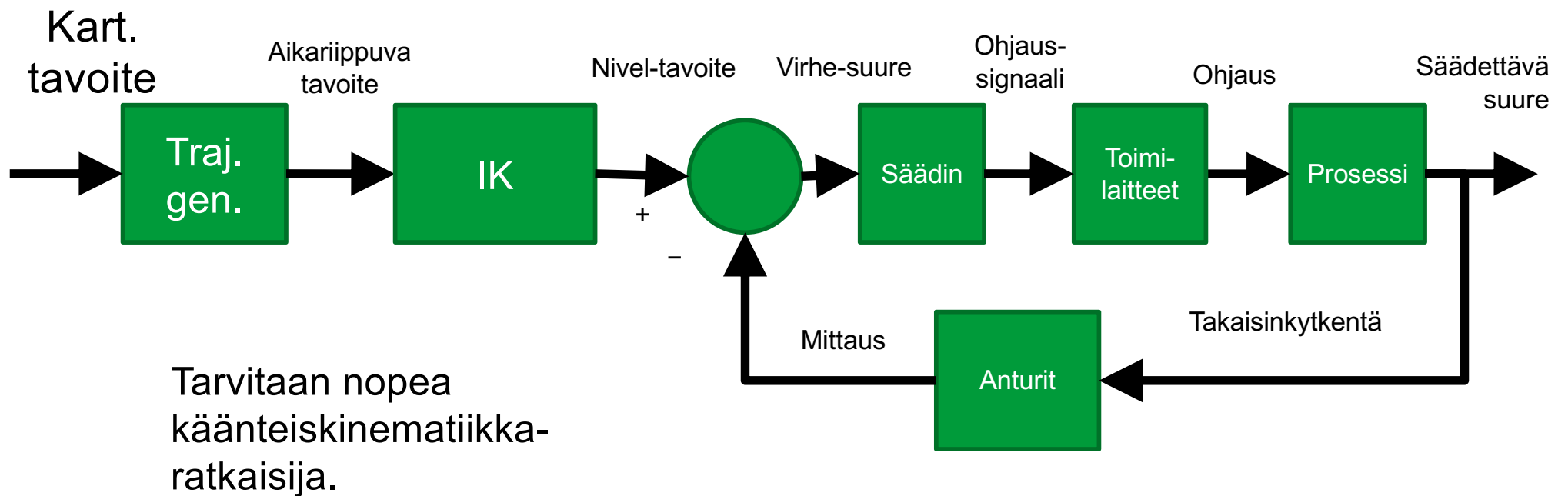
Reitin ohjaus karteesisessa koordinaatistossa: reittipisteet

- Lasketaan tiheästi reittipisteitä, joiden kautta kuljetaan
 - Kullekin reittipisteelle lasketaan nivelkulmat
 - Säädetään nivelkulmat seuraavaan reittipisteeseen
- Reittipisteiden välillä liike ei tarkalleen seuraa haluttua reittiä (koska käytetään nivelavaruuden lineaarisia trajektoreita)
 - Lähes suora liike, jos pisteitä tarpeeksi tiheässä, yleensä riittävä (~100 pistettä/s, tai esim. 10 mm välein)



Systemikaavio – karteellinen liike

- Mikä vaihtui aiempaan verrattuna?



Robotin dynamiikan huomiointi

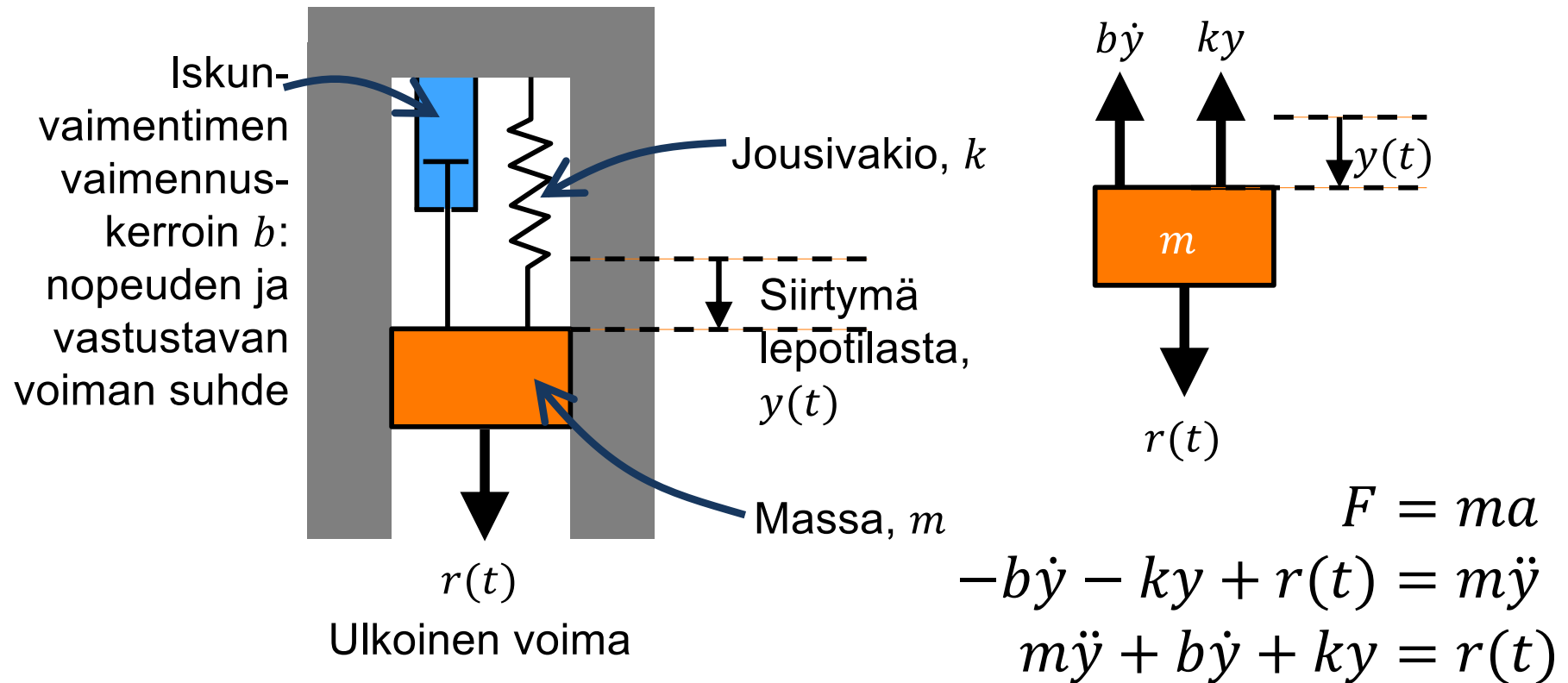
- Mitä PD säädin tekee, jos robottiin vaikuttaa vakiosuuruinen ulkoinen voima (esim. gravitaatiovoima)?
 - Voiman vaikutus riippuu sen aiheuttamasta moottorin kuormitusmomentista
 - Käsi ylös vs käsi eteen? Kokeilkaa!
- Robotin dynamiikkaan vaikuttaa monia tekijöitä
 - Gravitaatio
 - Kitka
 - Hitausmomentit
 - Keskipakovoima
 - Coriolis-voima

Robotin säätö ilman dynamiikan huomioimista

- Jos dynamiikkaa ei huomioida, säädin vaikea (käytännössä mahdoton) virittää hyvin
 - Hyvät takaisinkytkennän kertoimet riippuvat sen hetkisestä tilasta ja halutusta tilan muutoksesta
 - Vakiokertoiminen robotti saattaa esim. värähdellä
 - esim. PD-säädin viritetyillä vakiokertoimilla
- Miltäs dynamiikkayhtälö näyttää?

Moniakselisen robotin dynamiikkayhtälö

- Vertaa jousi-massa-vaimennin –järjestelmään:



Moniakselisen robotin dynamiikkayhtälö

- Yleinen muoto, ei riipu valitusta parametrisoinnista

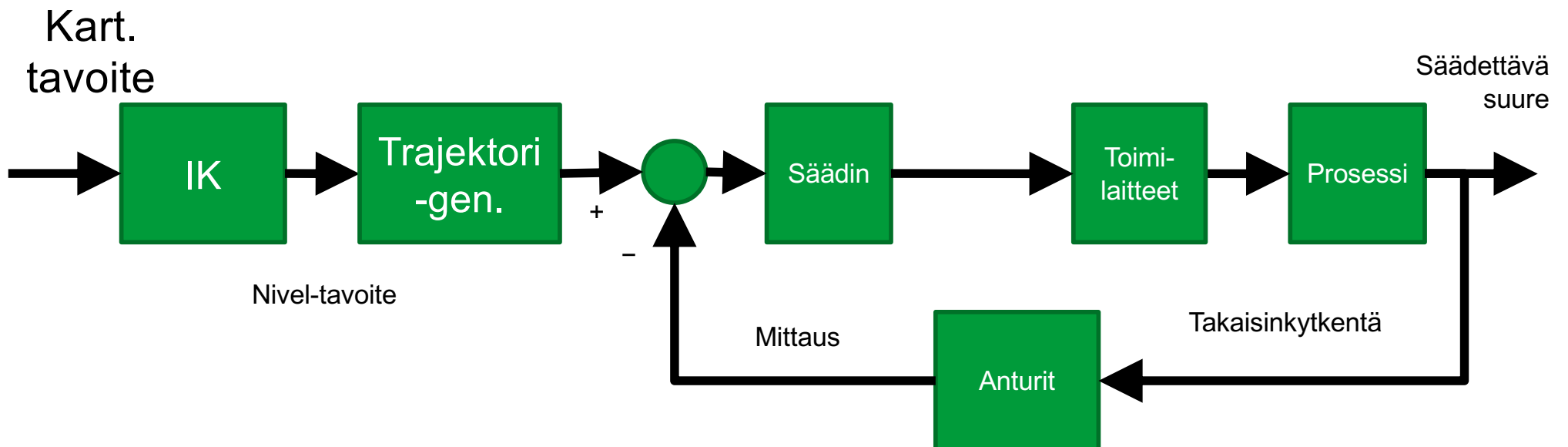
$$I(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D(\dot{q}) + G(q) = \tau$$

Massa, inertia Keskipako, Coriolis Kitka Painovoima Moottorien voimat

- Parametrit robottikohtaisia, voidaan arvioida tai mitata
- Miten dynamiikan tuntemisesta voisi hyötyä?
 - Miten esimerkiksi painovoiman vaikutuksen voisi kompensoida?

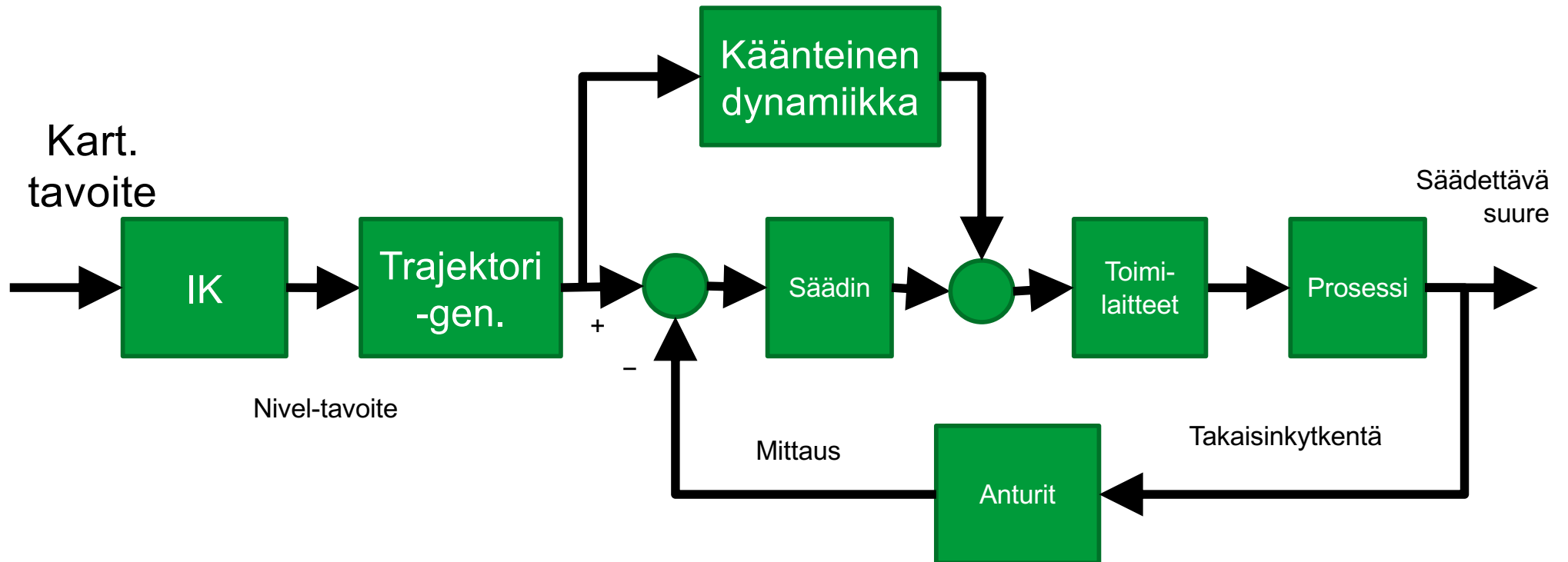
Dynamiikan kompensointi?

- Huomio: Painovoiman kompensoivan voiman (väännön) suuruus voidaan laskea kullekin nivelelle.
- Mitä allaolevaan pitäisi lisätä?



Myötäketty käänteinen dynamiikka

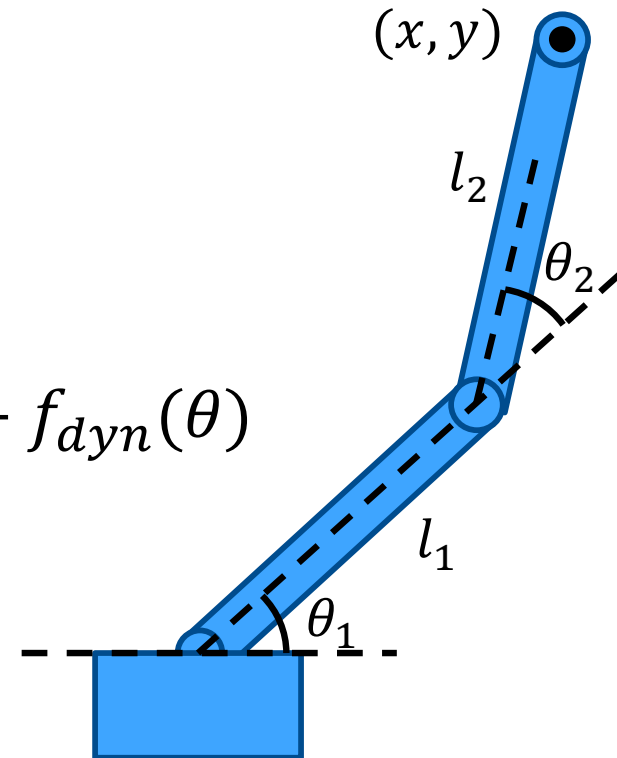
- Lisätään säätimeen myötäkettä



Yksinkertaistettu esimerkki kaavalla

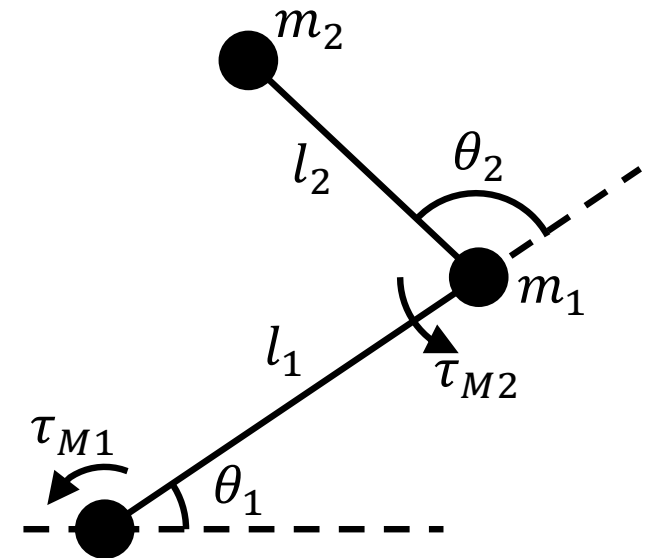
- Esim.yksittäiselle nivelelle PD-säädin, jossa lisäksi robotin dynamiikan huomioiva termi
- Säädetään moottorin tuottamaa vääntömomenttia:

$$\tau_M = K_P(\theta_A - \theta) + K_D \frac{d}{dt}(\theta_A - \theta) + f_{dyn}(\theta)$$



Esim: Robotin dynaaminen malli

- Johdetaan robotin dynaaminen malli
 - Hitausmomentit
 - Kitkat
 - Gravitaatio
- Oletetaan:
 - Robotin varret massattomia
 - Massa keskittynyt niveliin pistemäisesti



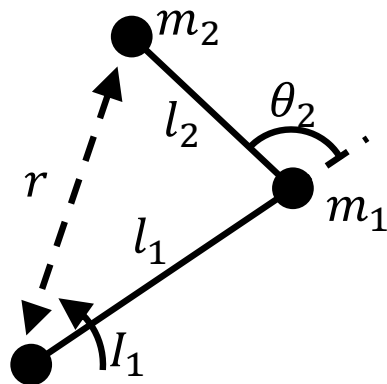
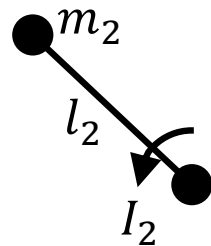
$$\tau_M - B\dot{\theta} - \tau_G(\theta) = I(\theta)\ddot{\theta}$$

Esimerkki: Robotin dynaaminen malli

Hitausmomentti:

- Yleisesti: $I = mr^2$

- $I_2 = m_2 l_2^2$



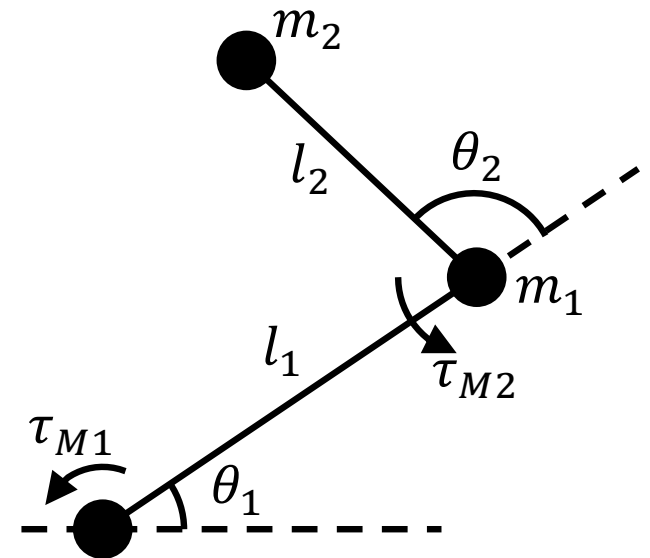
- $I_1 = m_1 l_1^2 + m_2 r^2$

- Kosinilause:

- $r^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(180^\circ - \theta_2)$

- $r^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_2)$

$$\rightarrow I_1 = m_1 l_1^2 + m_2 [l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_2)]$$

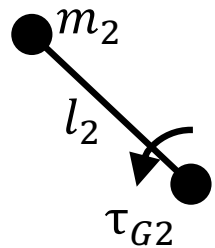
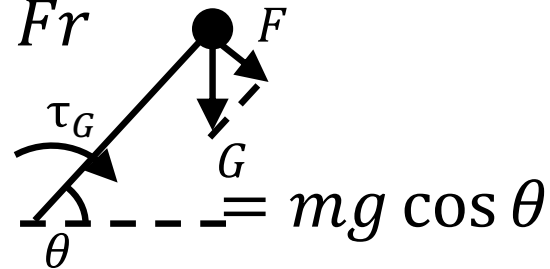


Esim: Robotin dynaaminen malli

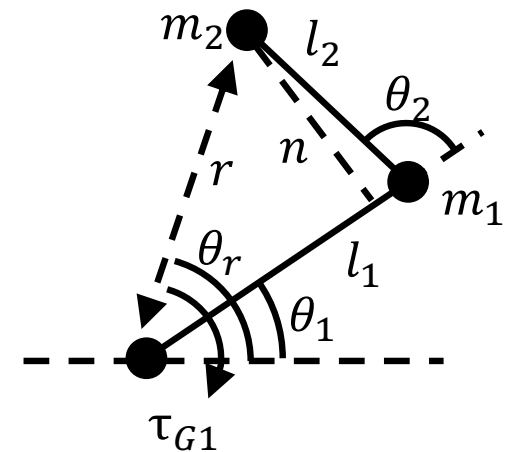
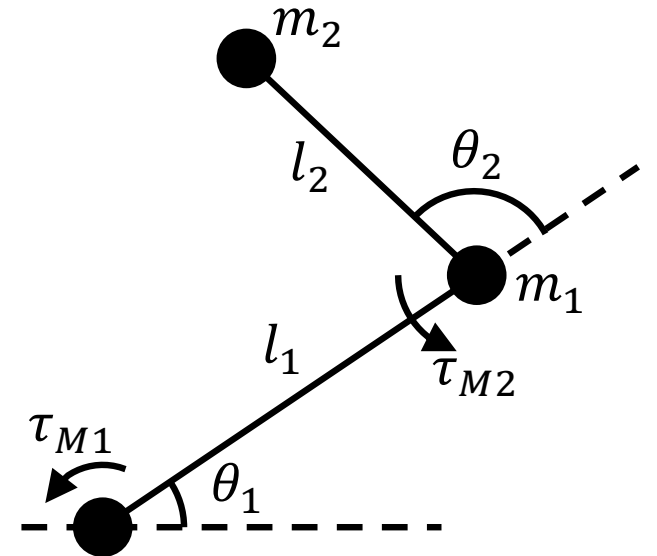
Gravitaation aiheuttama vääntö τ_G :

- Yleisesti: $\tau_G = Fr$

- $F = G \cos \theta$



- $\tau_{G2} = m_2 g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$
- $\tau_{G1} = m_1 g l_1 \cos(\theta_1) + m_2 g r \cos(\theta_r)$
 - $r = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos(\theta_2)}$
 - $\theta_r = \sin^{-1} \left[\frac{l_2}{r} \sin(\theta_2) \right] + \theta_1$
 - $\sin(\theta_2) = \sin(180 - \theta_2) = \frac{n}{l_2}$
 - Voidaan myös laskea suoralla kinematiikalla x, y koordinaatit massalle m_2 ja niistä r ja θ_r



Esim: Robotin dynaaminen malli

- Nivel 1:

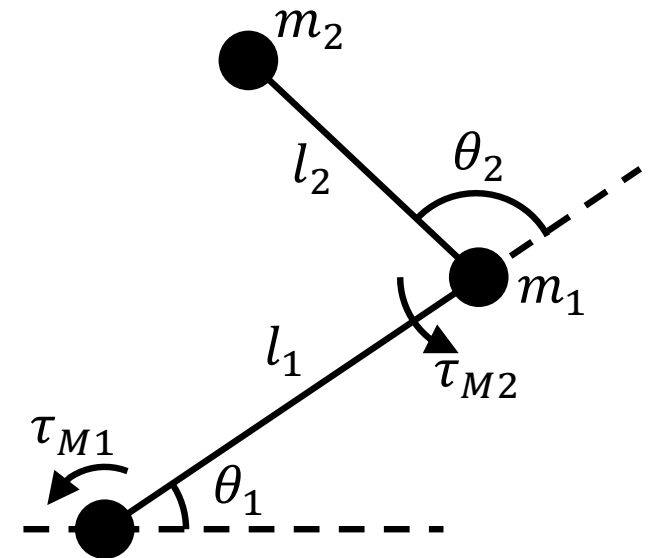
$$\tau_{M1} - B_1 \dot{\theta}_1 - \tau_{G1}(\theta_1, \theta_2) = I_1(\theta_2) \ddot{\theta}_1$$

- Voidaan laskea, millainen vääntömomentti tarvitaan, jotta saataisiin aikaan tietty kiihtyvyys $\ddot{\theta}_1$, kun kyseisellä ajanhetkellä kulmat ovat θ_1, θ_2 ja kulmanopeudet $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$:

$$\tau_{M1} = B_1 \dot{\theta}_1 + \tau_{G1}(\theta_1, \theta_2) + I_1(\theta_2) \ddot{\theta}_1$$

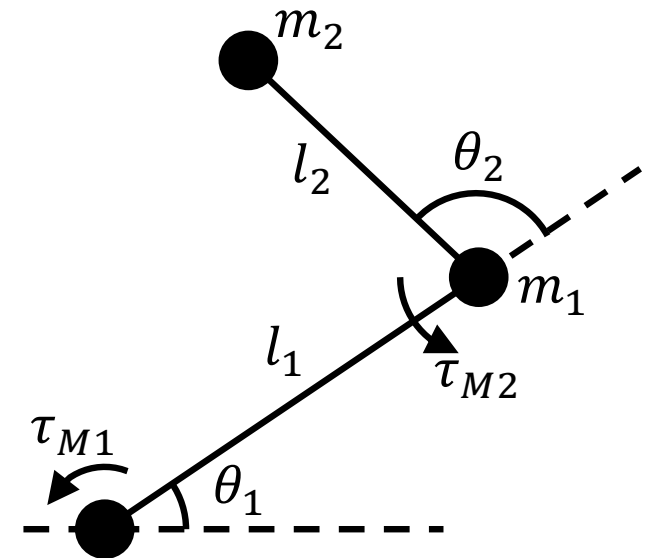
- Vastaavasti nivel 2:

$$\tau_{M2} = B_2 \dot{\theta}_2 + \tau_{G2}(\theta_1, \theta_2) + I_2 \ddot{\theta}_2$$



Esim: Robotin dynaaminen malli

- Johdetaan robotin dynaaminen malli
 - Hitausmomentit
 - Kitkat
 - Gravitaatio
- Oletetaan:
 - Robotin varret massattomia
 - Massa keskittynyt niveliin pistemäisesti



$$\tau_M - B\dot{\theta} - \tau_G(\theta) = I(\theta)\ddot{\theta}$$

↑ ↑

Yhteenvedo

- Hallittujen liikkeiden tuottaminen vaatii *trajektorigeneraattorin*, joka huomioi nopeuden ja kiihtyvyyden rajoitteet
- Lyhyin liike nivelavaruudessa on nopea mutta ei suora karteesisessa
- Suora liike karteesisessa avaruudessa vaatii käänteiskinematikan intensiivistä laskentaa, on usein turvallinen, mutta hitaampi
- Robotin hyvä käyttäytyminen vaatii *dynamiikan* kompensoimista esim. *myötäkytkennällä*