

Aalto-universitetet

Björn Ivarsson

Hemtal 4

Differential- och integralkalkyl 3, MS-A0309.

Inlämnas senast tisdag 26.3 kl 23.59 via MyCourses. Lösningar går igenom på övningen onsdag 27.3.

(1) Låt $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$. Visa att $\text{Curl}(\nabla\varphi) = 0$. (4p)

(2) Antag att f och g är harmoniska funktioner i \mathbb{R}^n (Kom ihåg att f är harmonisk om $\nabla \cdot \nabla f = \Delta f = 0$.) Visa att

$$\text{div}(f\nabla g - g\nabla f) = 0.$$

(Du kan använda räknereglerna från föreläsning 7.) (4p)

(3) Antag att $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ är en glatt funktion och $\vec{r} = (x, y, z)$. Låt $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Visa att

$$\text{div}(f(r)\vec{r}) = r f'(r) + 3f(r).$$

(4p)