

Aalto-universitetet

Björn Ivarsson

Inlämningsuppgift 4

Differential- och integralkalkyl 3, MS-A0309.

Inlämnas senast **torsdag 4.4.2024 23.59** via MyCourses.

- (1) Bevisa att

$$\text{Curl}(\text{Curl } F) = \text{grad}(\text{div } F) - (\Delta F_1, \Delta F_2, \Delta F_3)$$

för godtyckligt glatt vektorfält $F = (F_1, F_2, F_3)$. Kom ihåg att

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}.$$

(6p)

- (2) Bevisa att det inte finns något vektorfält F sådant att

$$\text{Curl } F = (x, y, z).$$

(*Ledning:* Kom ihåg de likheter som gäller för div, grad, och Curl från föreläsning 7.)

(6p)

- (3) Beräkna

$$\oint_{\gamma} x^2 dy$$

då γ är kurvan $(x-1)^2 + y^2 = 1$ orienterad motsols. (6p)

- (4) Kurvan som parametriseras som $\gamma(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$ kallas en astroid. Beräkna arean som begränsas av asteroïden. (6p)