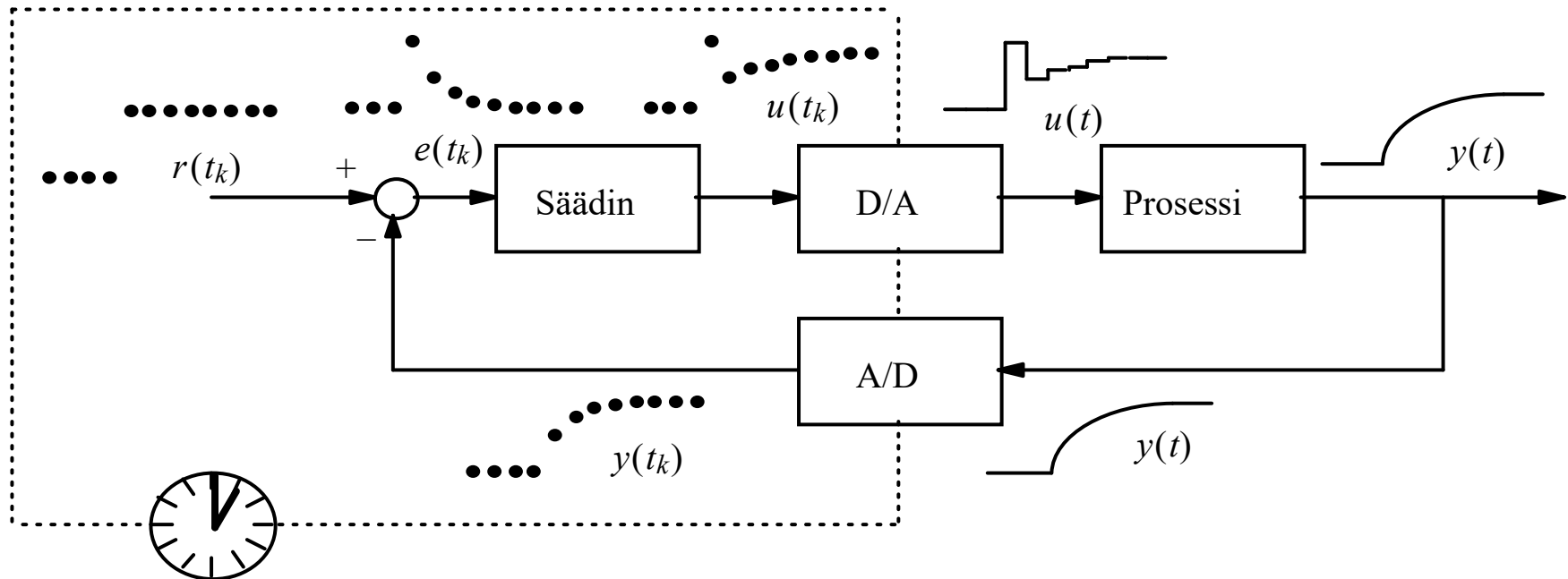

ELEC-C1230 Säätötekniikka

Luku 10: Digitaalinen säätö, perusteet, jatkuu

Lukuohje

- Kertaa diskreettiaikaisten mallien perusteet (z-muunnos ja prosessien mallit)
- Näytteenottoteoreema; spektrin laskostuminen eli alias-ilmiö
- Jatkuvien säätimien diskreetit approksimaatiot
- PID-säätimen modifikaatiot. Diskreettiaikainen PID-säädin
- Integraattorin kyllästymisilmiö (integrator windup ja antiwindup)
- Kurssin oleellinen sisältö
- 2. välikoe / kurssitentti
- Luennot päättyvät

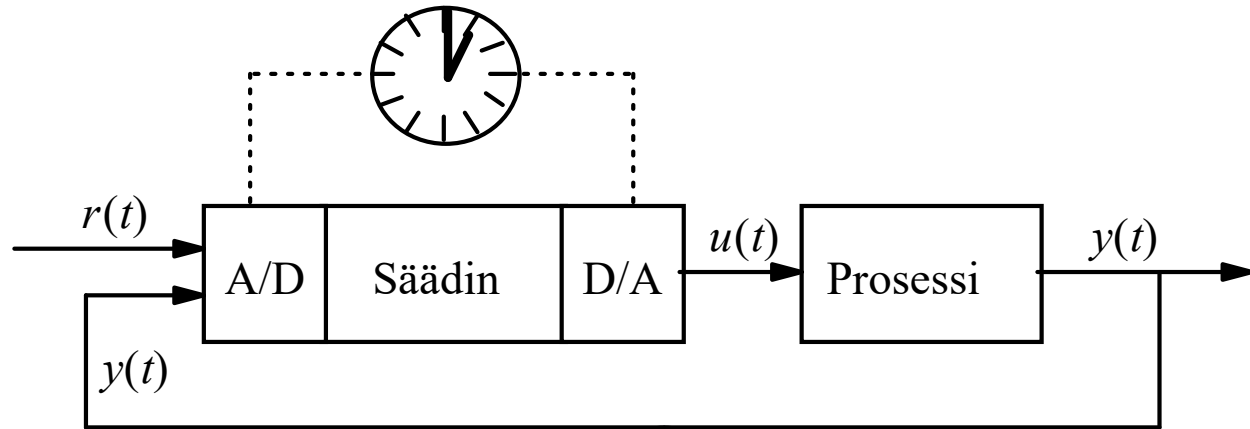
Johdanto: Digitaalinen (diskreetti, diskreettiaikainen) säätöjärjestelmä



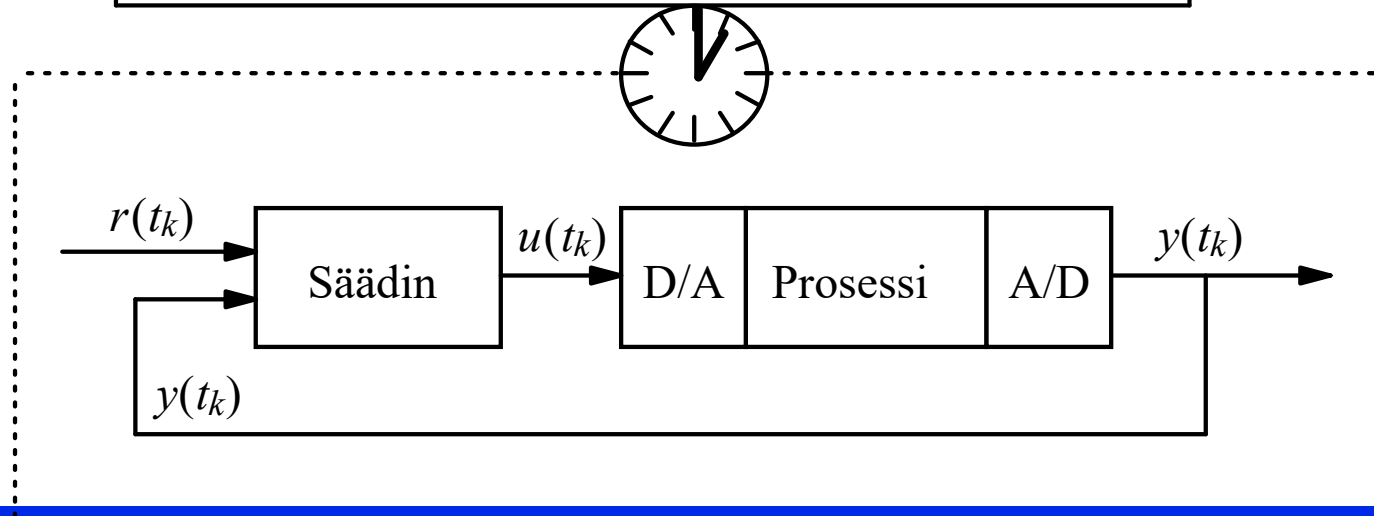
A/D-muunnoksessa analoginen signaali *näytteistetään* (sampling); D/A-muunnoksessa diskreetti säätösignaali muunnetaan analogiseksi (pito). ZOH (zero order hold) =nollannen kertaluvun pito eli signaali pidetään vakiona näytepisteiden välillä

Kaksi peruslähestymistapaa tietokone-säädön suunnitteluun a. Jatkuva-aikainen säädin diskretoidaan, b. prosessi diskretoidaan ja siirrytään säätöpiirin suunnittelussa kokonaan diskreettiin maailmaan

a.



b.



Jatkuva-aikaisten signaalien näytteistäminen

Periodinen näytteenotto

$$t_k = k \cdot h$$

Näyteväli, h

$$f_s = 1 / h \quad (\text{Hz})$$

$$\omega_s = 2\pi / h = 2\pi \cdot f_s \quad (\text{rad/s})$$

Näytteistystaajuus, f_s

Näytteistykseen kulmataajuus ω_s

$$f_N = 1 / (2h) \quad (\text{Hz})$$

Nyquistin taajuus, f_N

$$\omega_N = 2\pi / (2h) = \pi / h = 2\pi \cdot f_N \quad (\text{rad/s})$$

Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen (ylikurssia: vain lopputulos osattava: mitä Alias- ilmiö ja näytteenotto teoreema tarkoittavat)

Signaali f ja sen Fourier-muunnos F ovat

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} F(\omega) d\omega$$

Tarkastellaan jaksollista *taajuustason* signaalia (jakso ω_s)

$$F_s(\omega) = \frac{1}{h} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(\omega + k\omega_s)$$

Tämän Fourier-sarja on

Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen

$$F_s(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{-ikh\omega}$$

Kompleksinen Fourier-sarja

$$C_k = \frac{1}{\omega_s} \int_0^{\omega_s} e^{ikh\omega} F_s(\omega) d\omega$$

Kertoimet

$$C_k = f(kh)$$

Osoitetaan seuraavaksi, että sarjan kertoimet ovat itse asiassa näytepisteet.

Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen

Nimittäin

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{1}{\omega_s} \int_0^{\omega_s} e^{ikh\omega} \frac{1}{h} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(\omega + k\omega_s) d\omega \\ &= \frac{1}{\omega_s h} \int_0^{\omega_s} e^{ikh\omega} F(\omega) d\omega + \frac{1}{\omega_s h} \int_0^{\omega_s} e^{ikh\omega} F(\omega + \omega_s) d\omega + \frac{1}{\omega_s h} \int_0^{\omega_s} e^{ikh\omega} F(\omega - \omega_s) d\omega + \dots \end{aligned}$$

Huomaamalla, että $\omega_s h = 2\pi$ ja vaihtamalla muuttujaa integraaleissa

$$\begin{aligned} C_k &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_s} e^{ikh\omega} F(\omega) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_s}^{2\omega_s} e^{ikh\omega} F(\omega) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_s}^0 e^{ikh\omega} F(\omega) d\omega + \dots \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikh\omega} F(\omega) d\omega = f(kh) \end{aligned}$$

Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen

Siis funktio $f(kh)$, $k = \dots -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ määrää yksikäsitteisesti funktion $F_s(\omega)$.

Jos aikatason signaalin spektri on nolla taajuusalueen $(-\omega_0, \omega_0)$ ulkopuolella ja jos näyteväli valitaan siten, että

$$\omega_s > 2\omega_0 \quad \text{niin}$$

$$F(\omega) = \begin{cases} hF_s(\omega), & |\omega| \leq (\omega_s / 2) \\ 0, & |\omega| > (\omega_s / 2) \end{cases}$$

eli signaalin spektri saadaan täysin määrättyä näytteiden (spektrin) avulla. Informaatiota ei ole kadonnut näytteenotossa.

Näytteenotto ja jatkuvan signaalin rekonstruointi

Shannonin näytteenottoteoreema:

Jatkuva signaali, jonka Fourier-muunnos on nolla välin $[-\omega_0, \omega_0]$ ulkopuolella, on yksikäsitteisesti määritelty tasavälisillä näytteillä (signaalin arvoilla), jos näytteenottotaajuus ω_s on suurempi kuin $2\omega_0$. Jatkuva signaali voidaan tällöin määrittää näytteistään interpolointiyhtälön avulla:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kh) \frac{\sin(\frac{1}{2} \omega_s (t - kh))}{\frac{1}{2} \omega_s (t - kh)}$$

Taajuutta $\omega_N = \omega_s/2$ kutsutaan Nyquistin taajuudeksi.

Näytteenotto ja jatkuvan signaalin rekonstruointi

Johdetaan vielä Shannonin rekonstruointikaava

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} F(\omega) d\omega = \frac{h}{2\pi} \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} e^{i\omega t} F_s(\omega) d\omega = \\ &= \frac{h}{2\pi} \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} e^{i\omega t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-ikh\omega} f(kh) d\omega \end{aligned}$$

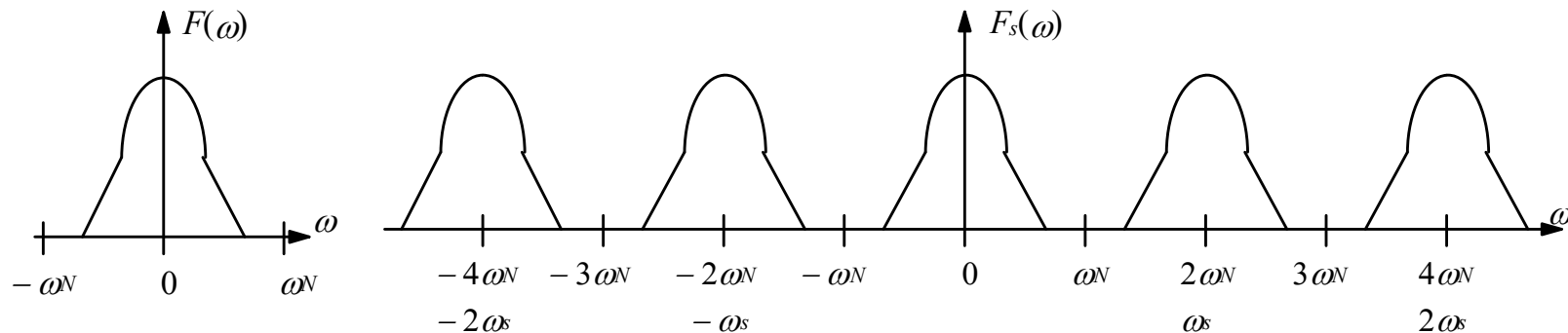
Vaihtamalla integroinnin ja summalausekkeen järjestystä saadaan

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kh) \frac{h}{2\pi} \int_{-\omega_s/2}^{\omega_s/2} e^{i\omega t - i\omega kh} d\omega$$

jossa integroinnin laskeminen auki antaa suoraan Shannonin kaavan

Tulos: Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen (tästä eteenpäin kuuluu vaatimuksiin)

Kun jatkuvasta signaalista, jolla on Fourier-muunnos F , otetaan tasavälisesti näytteitä (näytteenottotaajuudella w_s), niin saadaan diskreetti signaali, jolla on Fourier-muunnos F_s . F_s on periodinen funktio; itse asiassa sama kuin F , joka vain toistuu w_s :n välein.



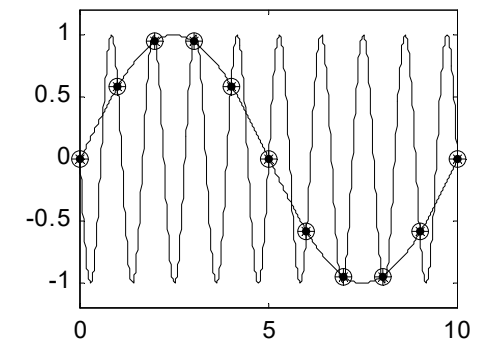
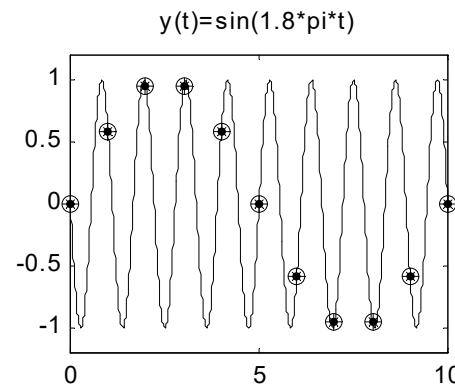
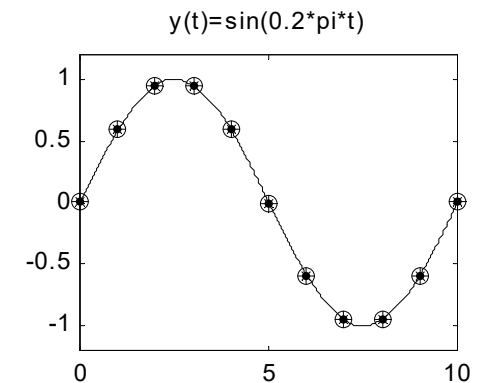
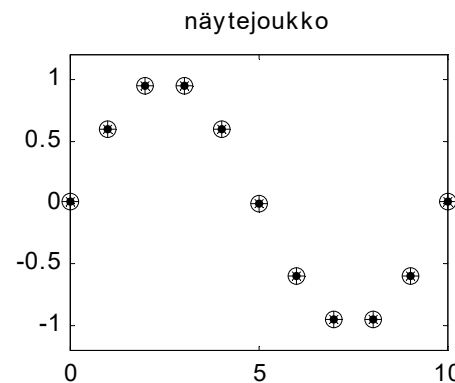
Esim. Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen

Kun kahdesta jatkuvasta eri signaalista otetaan näytteitä ($h = 1$), niin saadaan täysin identtinen näytejoukko

$$y_1(t) = \sin(0.2\pi t)$$

$$y_2(t) = \sin(1.8\pi t)$$

Alkuperäiset signaalit ovat toistensa aliaksia kyseisellä näytteenotto-taajuudella



Esim. Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen

Lasketaan edellisen esimerkin Fourier-muunnokset ja tarkastellaan niiden suhdetta näytteenotto- ja Nyquistin taajuuksiin.

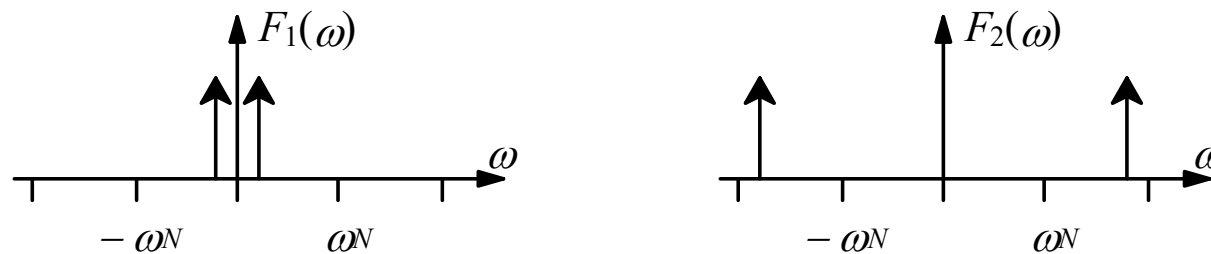
$$h = 1 \Rightarrow f_s = 1, \quad \omega_s = 2\pi, \quad \omega_N = \pi$$

Puhtaasti harmoniselle värähtelylle on helppo laskea Fourier-muunnos, koska signaalit sisältävät ainoastaan yhtä taajuutta.

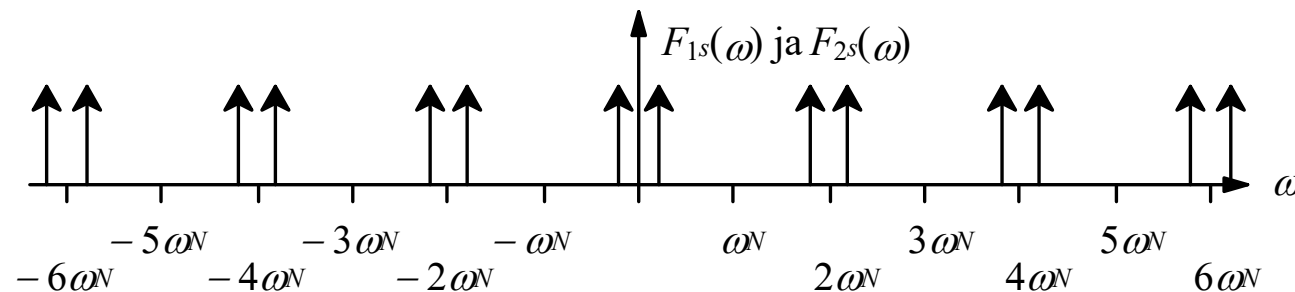
$$\begin{cases} y_1 = \sin(0.2\pi \cdot t) \\ y_2 = \sin(1.8\pi \cdot t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = \pm\delta(0.2\pi) \\ F_2 = \pm\delta(1.8\pi) \end{cases}$$

Esim. .Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen

Näiden kuvaajat ovat



Näytteenoton jälkeen kummankin diskreetin signaalin Fourier-muunnos on identtinen



Alias-ilmiö eli taajuuden laskostuminen

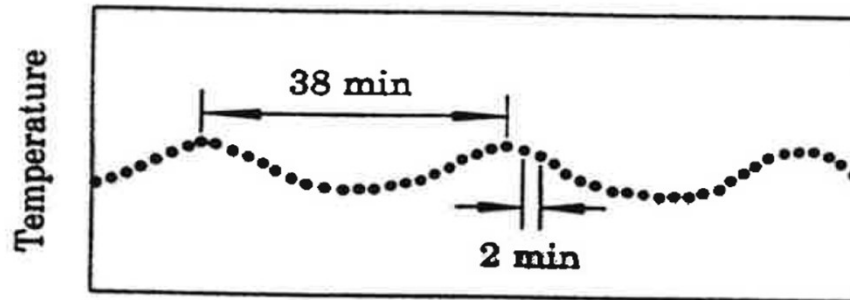
Voidaan todeta, että kaikki taajuudet peilautuvat Nyquistin taajuuden kautta peilikuvina yhtä kauas Nyquistin taajuuden toiselle puolelle. Näitä peilikuvataajuuksia ja alkuperäisiä taajuuksia, joita ei voida erottaa toisistaan diskreetissä tasossa kutsutaan toistensa aliaksiksi ja ne voidaan määrittää kuten alla on esitetty.

Taajuus ω on siis *alias* taajuuksille

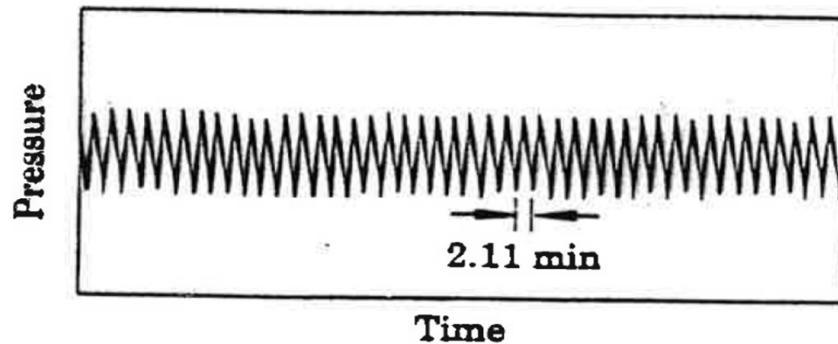
$$\omega_s + \omega, \omega_s - \omega, 2\omega_s + \omega, 2\omega_s - \omega, 3\omega_s + \omega, 3\omega_s - \omega, \dots$$

$$0 \leq \omega < \omega_N$$

Esimerkki: laivan lämmityskattila



Lämpötilan digitaalinen mittaus
 $h = 2$ min.



Paineen analoginen mittaus

Paine ja lämpötila ovat kuitenkin sidoksissa toisiinsa tässä.

Mittarien oletetaan toimivan oikein.

????????????? Mitä ihmettä?

Esimerkki: laivan lämmityskattila

Jatkuva-aikainen painemittaus näyttää, että systeemi värähtelee jaksolla 2,11 minuuttia. Diskreettiaikaisen mittauksen näytteenoton kulmataajuus on

$$\omega_s = 2\pi / h = 2\pi / 2 = \pi \quad [\text{rad/min}]$$

Nyquistin taajuus on $\omega_N = \omega_s / 2 = \pi / 2 \approx 1.57 \quad [\text{rad/min}]$

Painesignaalin (ja samalla lämpötilan; toisiinsa kytkeytyneitä) kulmataajuus on $\omega = 2\pi / 2.11 \approx 2.9778 \quad [\text{rad/min}]$, joka on suurempi kuin

Nyquistin taajuus. Painesignaali diskretoituna laskostuu matalammalle taajuudelle $\omega_s - \omega = \pi - 2\pi / 2.11 \approx 0.16378 \quad [\text{rad/min}]$

joka vastaa jaksonaikaa $2\pi / 0.16378 \approx 38 \quad [\text{min}]$

Tämä on juuri diskreettiaikaisen mittauksen näyttämä jakso. Näyteväliä on pienennettävä, jotta värähtelyn taajuus näkyisi oikein.

Esisuodatus

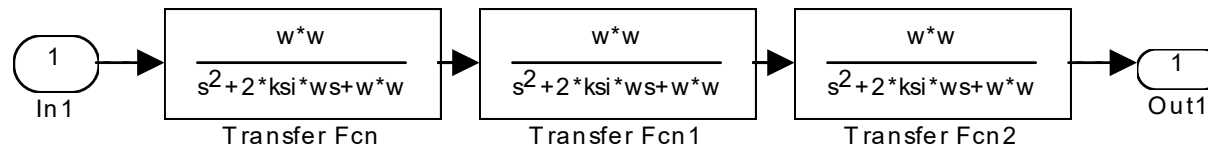
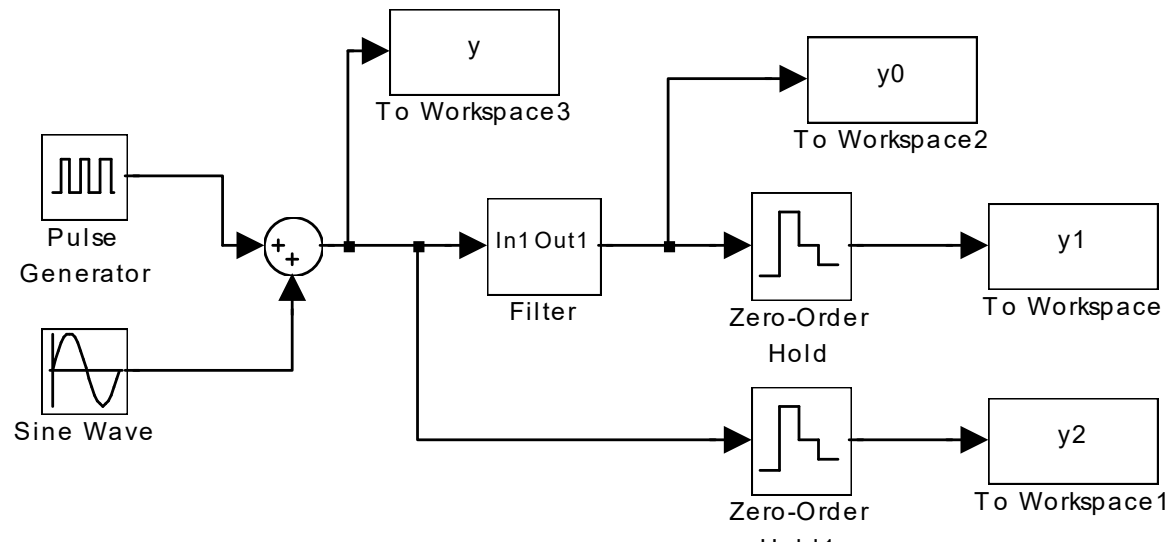
Mikäli signaalissa, josta otetaan näytteitä, on korkeita taajuuksia, niin ne tavallisesti poistetaan suodattimella. Yleensä käytetään näytteenoton edessä analogista suodatinta. Tyypillinen toisen kertaluvun suodatin on esimerkiksi

$$G_f(s) = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$$

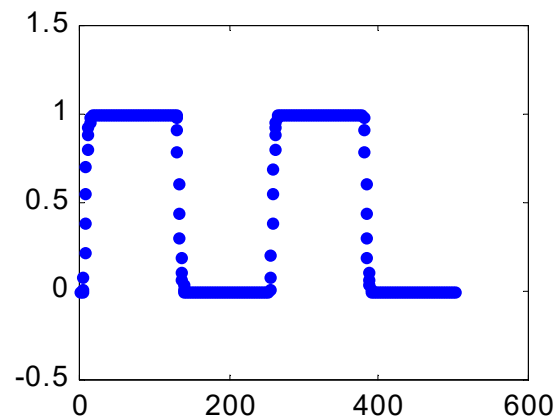
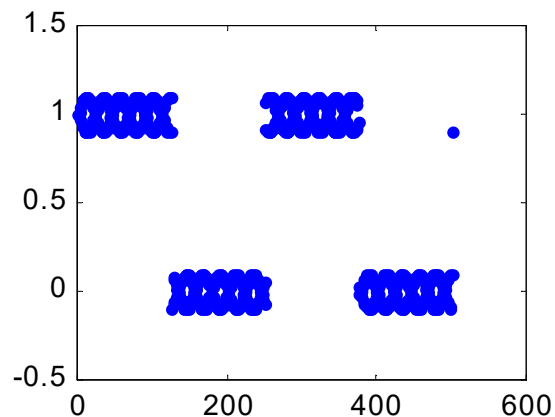
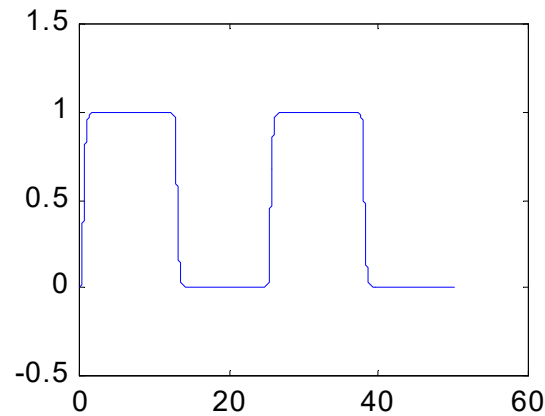
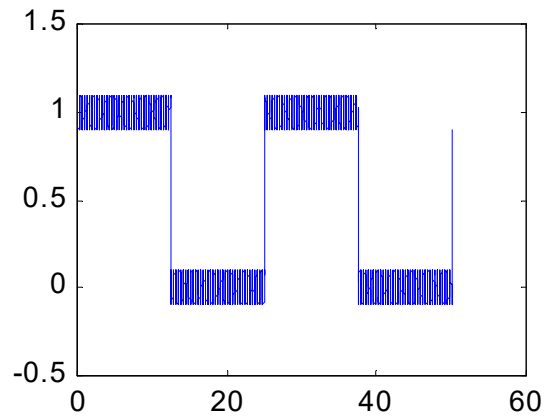
Hyvin yleisesti käytetty suodatin on myös Besselin suodatin.

Esisuodatus, esimerkki

Tarkastellaan esisuodatuksen merkitystä esimerkin avulla



Esisuodatus, esimerkki



Askelfuntioon
lisätty sinimuo-
toista kohinaa.

Vasemmalla
signaali ja sen
suora näytteis-
tys.(Alias- ilmiö)

Oikealla suoda-
tetut signaalit.
(ylh. jatkuvasta,
alh. diskretoidus-
ta signaalista)

Jatkuva-aikaisten säätimien diskreetti approksimointi

Esimerkki: Servoprobleema, Robottikäden ohjaus

Prosessi (kaksoisintegraattori): $G(s) = \frac{1}{s^2}$

Yksinkertainen servosäädin (huom. Tämä on ns. 2. vapausasteen säädin, jossa etukompensaattori (vahvistus $\frac{1}{2}$) on luupin ulkopuolella ja luupin sisällä oleva säädin on vastahaarassa). (Laske muuten staattinen vahvistus referenssistä U_c ulostuloon.)

$$U(s) = \frac{1}{2}U_c(s) - \frac{2s+1}{s+2}Y(s)$$

Esimerkki: Diskreetin säätöjärjestelmän suunnittelu jatkuvan säätöteorian perusteella. jatkoa...

Johdetaan säätimestä digitaalinen imitaatio korvaamalla differentiaali differenssillä

$$U(s) = \frac{1}{2}U_c(s) - \frac{2s+1}{s+2}Y(s)$$

Laplace-muuttuja s :llä kertominen vastaa derivointia aikatasossa (derivointioperaattori p)

$$s \cdot F(s) \propto p \cdot f(t) = \dot{f}(t)$$

Esimerkki: Diskreetin säätöjärjestelmän suunnittelu jatkuvan säätöteorian perusteella. jatkoa...

Derivaatan määritelmästä saadaan

$$\dot{f}(t) \approx \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

Tässä tapauksessa $t = kh$ ja $\Delta t = h$. Otetaan lisäksi käyttöön siirto-operaattori q (q :lla kertominen vastaa ajassa eteenpäin ja q :lla jakaminen ajassa taaksepäin siirtymistä).

$$\dot{f}(kh) \approx \frac{f(kh + h) - f(kh)}{h} = \frac{q \cdot f(kh) - f(kh)}{h} = \frac{q - 1}{h} f(kh)$$

Esimerkki: Diskreetin säätöjärjestelmän suunnittelu jatkuvan säätöteorian perusteella. jatkoa...

Laplace- ja Z-tasojen välille saadaan seuraava likimääräinen riippuvuus

$$s \cdot F(s) \propto \dot{f}(t) \approx \frac{q-1}{h} \cdot f(kh) \propto \frac{z-1}{h} \cdot F(z)$$

Laplace-tason siirtofunktiosta saadaan likimääräinen Z-tason pulssinsiirtofunktio korvaamalla Laplace-muuttuja s sitä vastaavalla z -muuttujan funktiolla.

$$s \propto \frac{z-1}{h}$$

Esimerkki: Diskreetin säätöjärjestelmän suunnittelu jatkuvan säätöteorian perusteella. jatkoa...

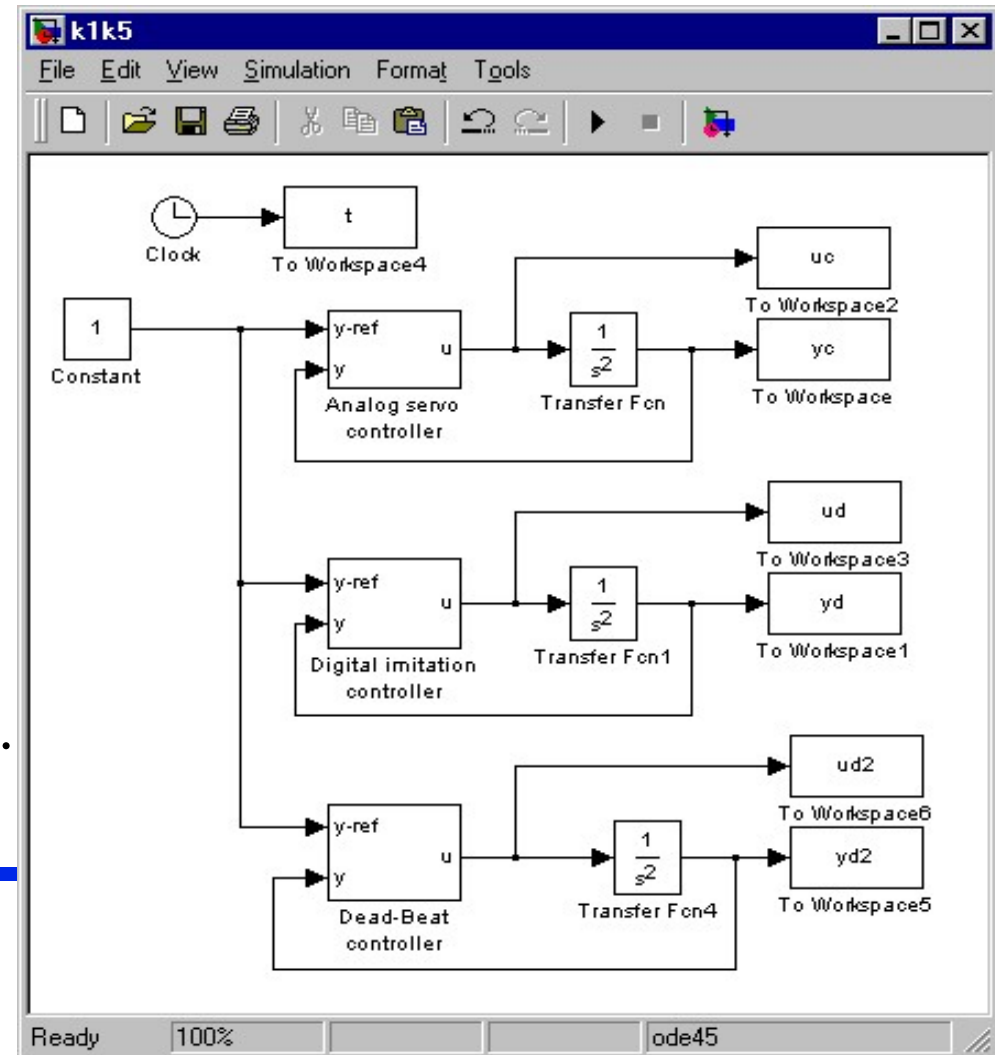
Analogista säädintä imitoiva digitaalinen säädin on:

$$U(z) = \frac{1}{2}U_c(z) - \frac{2\frac{z-1}{h} + 1}{\frac{z-1}{h} + 2}Y(z) = \frac{1}{2}U_c(z) - \frac{2z - 2 + h}{z - 1 + 2h}Y(z)$$
$$U(z) = \frac{1}{2}U_c(z) - \frac{2z + (h - 2)}{z + (2h - 1)}Y(z)$$

Esimerkki: Diskreetin säätöjärjestelmän suunnittelu jatkuvan säätöteorian perusteella. Jatkoa...

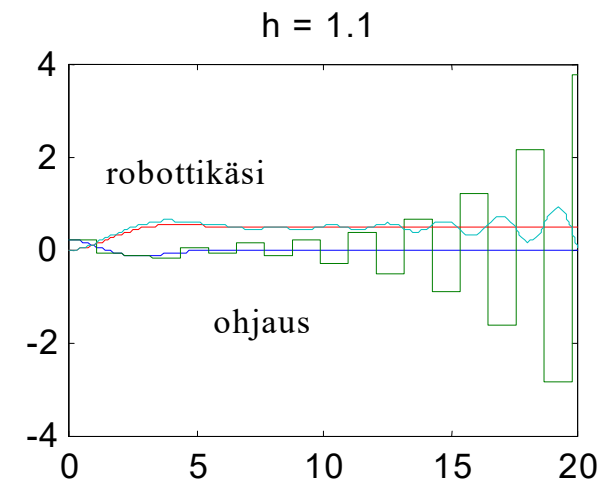
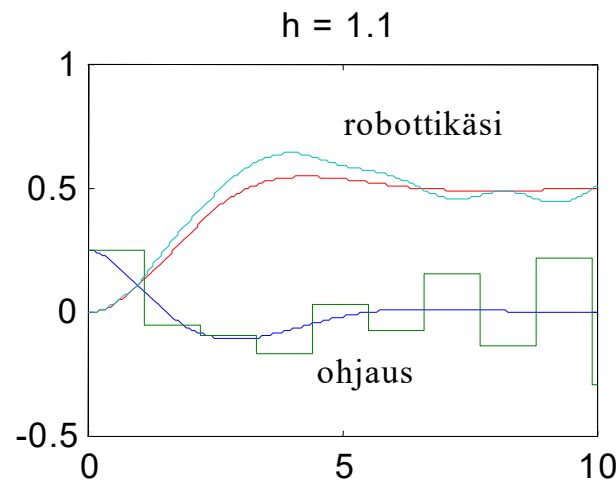
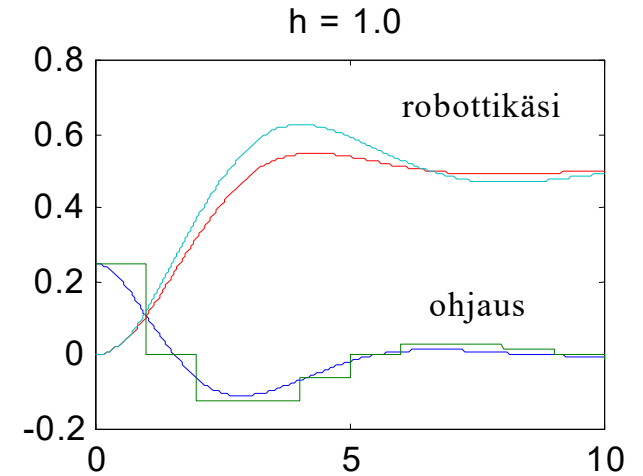
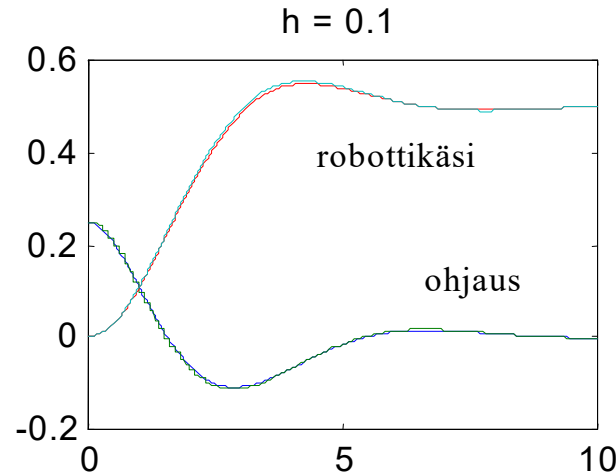
Otetaan vielä vertailukohdaksi diskreettiin säätöteoriaan perustuva dead-beat-säädin ja simuloidaan robottikäden käyttäytymistä kullakin eri säätimellä säädettynä.

(Dead-beat-säädin perustuu ns. tarkkaan diskretointiin. Käsitellään esim. kurssilla Digitaalinen ja optimaalinen säätö).



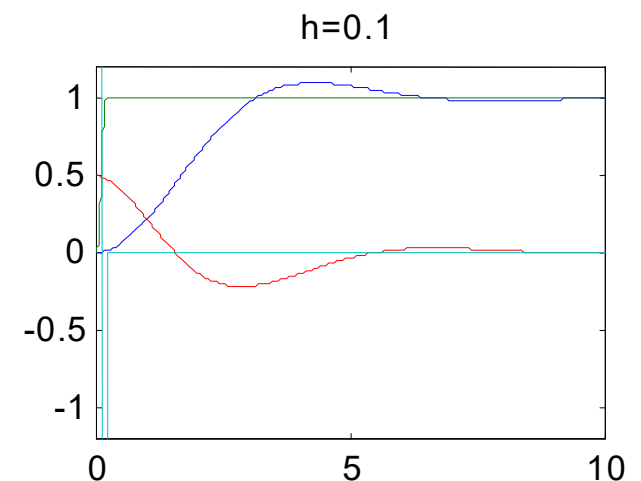
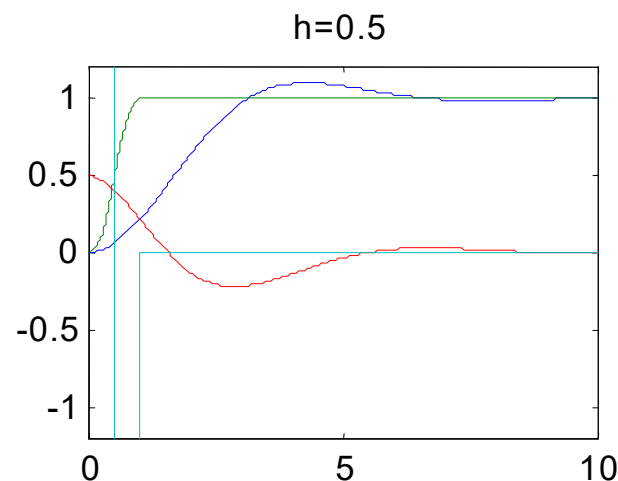
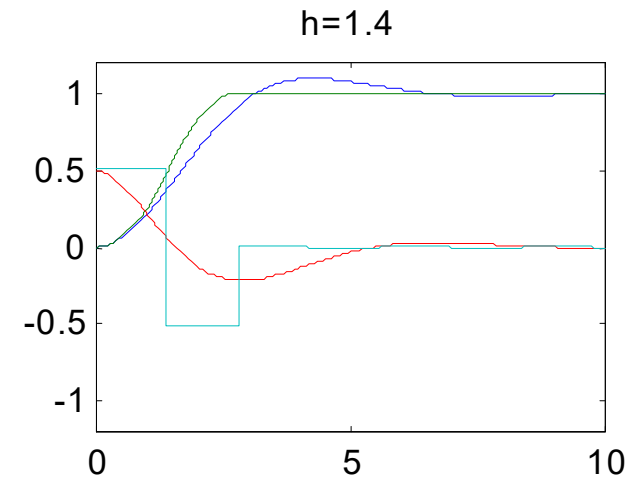
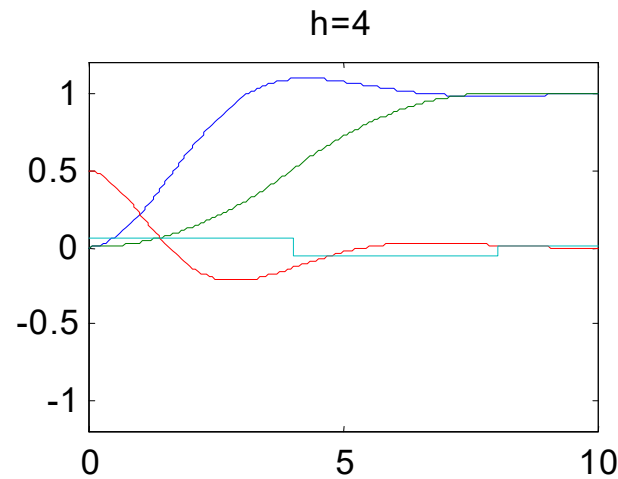
Esimerkki: Diskreetin säätöjärjestelmän suunnittelu jatkuvan säätöteorian perusteella. Jatkoa...

Analoginen säädin verrattuna digitaaliseen imitoivaan säätimeen eri näytteenotto-taajuuksilla. Menee epästabiiliksi, kun näyteväli kasvaa.



Esimerkki: Diskreetin säätöjärjestelmän suunnittelu jatkuvan säätöteorian perusteella. Jatkoa...

Analoginen säädin verrattuna dead-beat säätimeen eri näytteenotto-taajuuksilla. Pysyy stabiilina ja on nopea. Tosin vaatii suuren ohjauksen.



Differentiaaliyhtälöiden approksimaatiot

Derivaattaoperaattori p (tai Laplace s) korvataan siirto-
operaattori q :lla (tai Z-muunnoksen z :lla)

Taaksepäin derivointi

BD: backward
differences

$$p \approx \frac{1 - q^{-1}}{h} = \frac{q - 1}{qh}$$

Eulerin

approksimaatio eli
eteenpäin derivointi

$$p \approx \frac{1 - q^{-1}}{q^{-1}h} = \frac{q - 1}{h}$$

Tustinin

approksimaatio

$$p \approx \frac{2}{h} \cdot \frac{1 - q^{-1}}{1 + q^{-1}} = \frac{2}{h} \cdot \frac{q - 1}{q + 1}$$

Siirtofunktioiden approksimaatiot

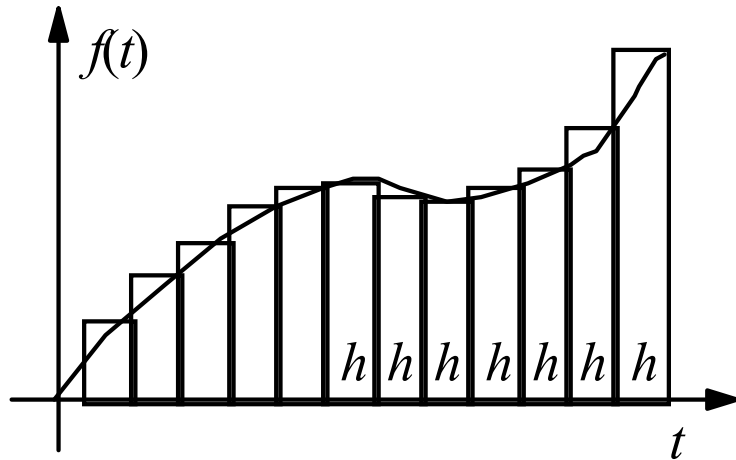
BD:
$$H_{bd}(z) \approx G\left(\frac{1-z^{-1}}{h}\right) = G\left(\frac{z-1}{zh}\right)$$

Euler:
$$H_e(z) \approx G\left(\frac{1-z^{-1}}{hz^{-1}}\right) = G\left(\frac{z-1}{h}\right)$$

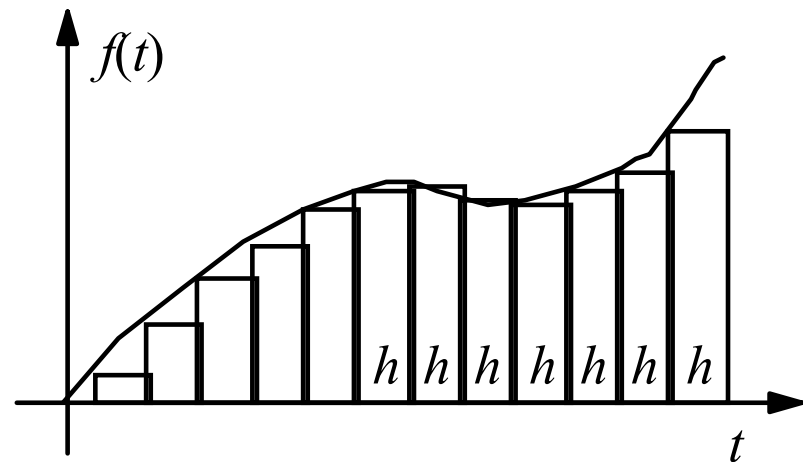
Tustin:
$$H_t(z) \approx G\left(\frac{2}{h} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) = G\left(\frac{2}{h} \cdot \frac{z-1}{z+1}\right)$$

Integraalin approksimaatiot

Integraaleja voidaan approksimoida summina. Alla ylä- ja alasummat. Integraalin approksimointi ei siis myöskään ole yksikäsitteistä. Käytännössä p (tai s) korvataan kuten edellä.



$$\frac{1}{p} f(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \approx \sum_{i=-\infty}^k f(ih) \cdot h$$



$$\frac{1}{p} \cdot f(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \approx \sum_{i=-\infty}^{k-1} f(ih) \cdot h$$

Diskreettiaikainen PID-säätäjä

PID-säätäjä on teollisuudessa eniten käytetty yksikkösäädin. Jatkuva-aikaisena sen perusversio on

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_{-\infty}^t e(s) ds + T_D \frac{de(t)}{dt} \right) = P(t) + I(t) + D(t)$$

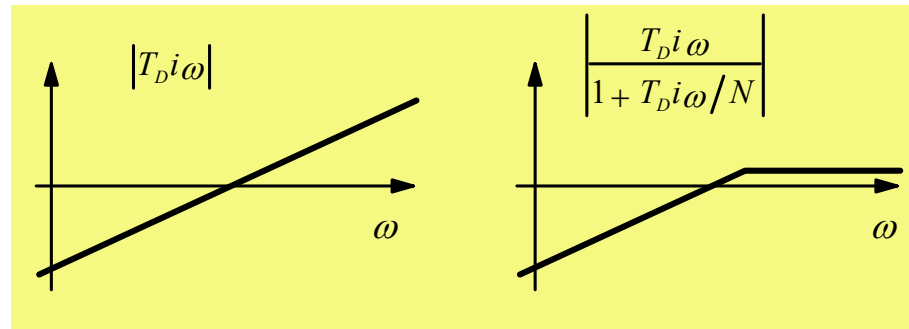
$$\Rightarrow U(s) = G_{PID}(s)E(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) E(s) = P(s) + I(s) + D(s)$$

Ideaalista derivointia ei pidä yleensä käyttää (derivointi vahvistaa häiriöitä) eikä myöskään suoraan diskretoida.

Diskreetti PID-säädin

Derivointitermiin lisätään yleensä ylimääräinen lag-termi

$$T_D s \approx \frac{T_D s}{1 + T_D s / N}$$



Muita käytännön modifikaatioita ovat:

- Derivoidaan vain lähtösuuretta negatiivisena (ajatellaan että referenssi on vakio ja muuttuu harvoin)
- Vain osa asetusarvosta (b) vaikuttaa vahvistukseen.

Käytännön PID-säätäjä

$$U(s) = K \left(bY_{REF}(s) - Y(s) + \frac{1}{T_I s} (Y_{REF}(s) - Y(s)) - \frac{T_D s}{1 + T_D s/N} Y(s) \right)$$
$$= P_m(s) + I(s) + D_m(s), \quad N \approx 4 - 10$$

Diskretointi sitten approksimoimalla, kuten edellä on esitetty. Huomaa, että saatu pulssinsiirtofunktio voidaan helposti muuntaa aikatazon algoritmiksi ohjelmointitoteutusta varten (esim. Matlabin M-skripti).

Esim.
$$Y(z) = \frac{z}{z^2 + az + b} U(z)$$

$$\Rightarrow y(k+2) + ay(k+1) + by(k) = u(k+1)$$

$$\Rightarrow y(k) = -ay(k-1) - by(k-2) + u(k-1)$$

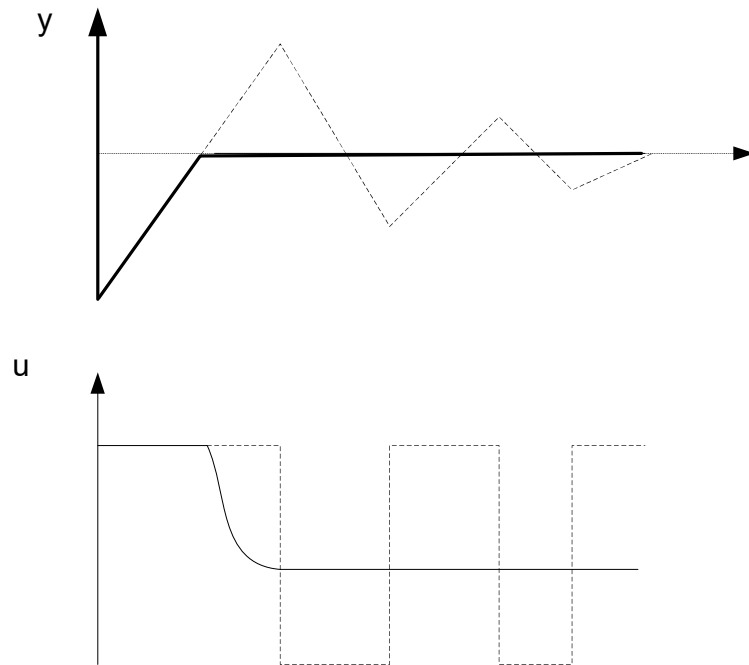
Diskreetti PID-säädin

Kaikki jatkuvan PID-säätimen modifikaatiot voidaan myös toteuttaa diskreetillä PID-säätimellä. Tärkeimpiä modifikaatioita integraattorille ovat antiwinup-toiminto saturoituville toimilaitteille, pehmeä moodinvaihto automatiikan ja käsiajon moodinvaihdoissa ja hyppäyksettömät parametripäivitykset itsevirittyvissä ja adaptiivisissa PID-algoritmeissa.

Esim. toimilaitteen saturoituessa on vaarana, että integraattori jatkaa integroimistaan kohtuuttoman suuriin arvoihin. Kun tilanne norma lisoituu (toimilaite esimerkiksi vaihdetaan uuteen), säätöpiirin toiminnan palautuminen normaaliksi kestää kauan juuri integraattorin takia

”Integrator windup” ja ”antiwindup”

Ilmiö on nimeltään ”Integrator windup” ja sen korjaava toimi on ”antiwindup”. Yksinkertaisin tapa antiwindup-toiminnolle on yksinkertaisesti lopettaa integrointi epänormaalissa tilanteessa.



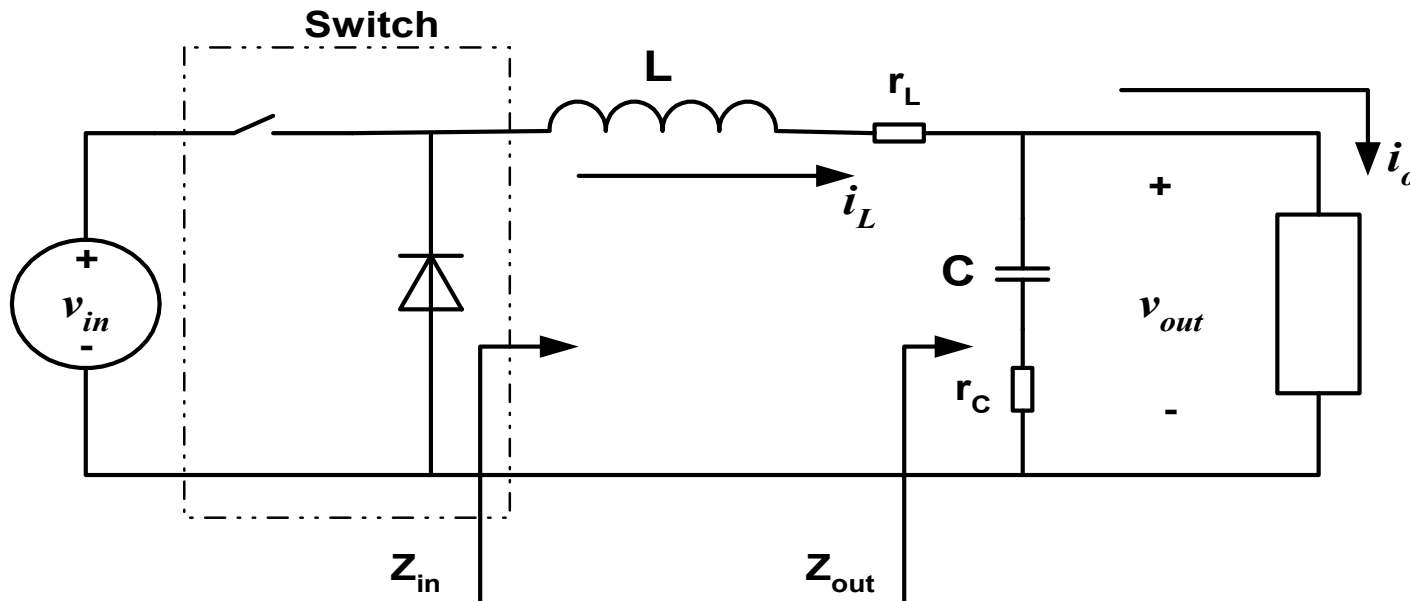
Katkoviivalla on kuvattu windup-ilmiön vaikutus säätöpiirin toiminnalle. Kiinteä viiva puolestaan kuvaa samaa tilannetta, kun antiwindup-piiri on toiminnassa.

Antiwindup-toimintoa ei saa unohtaa käytännön säätöpiirien toteutuksessa!

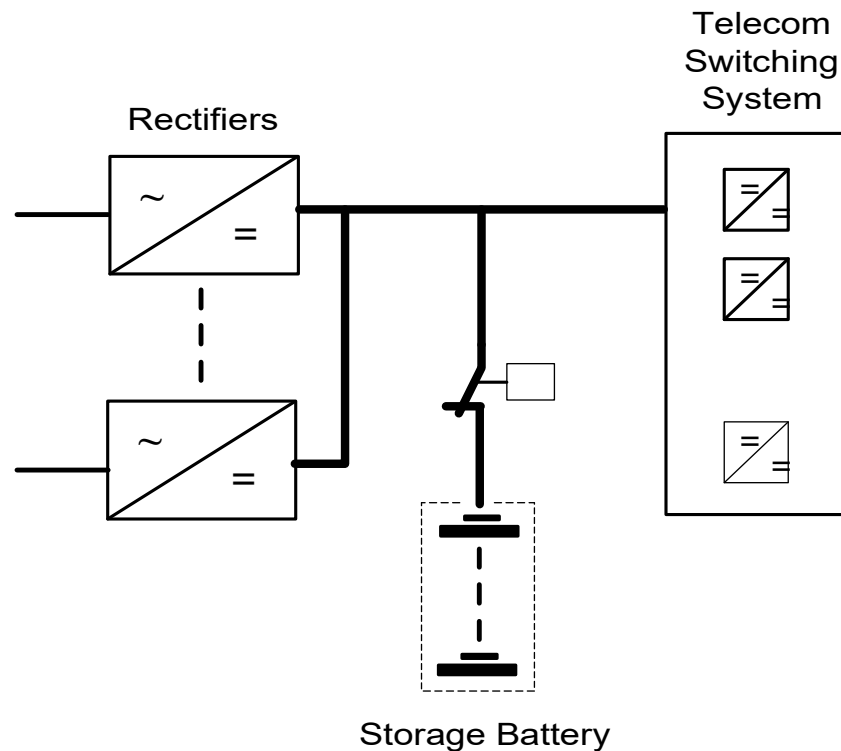
Esimerkki säätösuunnittelusta (vain esimerkki, ei tarvitse tutkia tarkasti, ei tarvitse osata)

Hakkuriteholähteen säätösuunnittelu
(Buck-tyyppinen eli laskeva hakkuri)

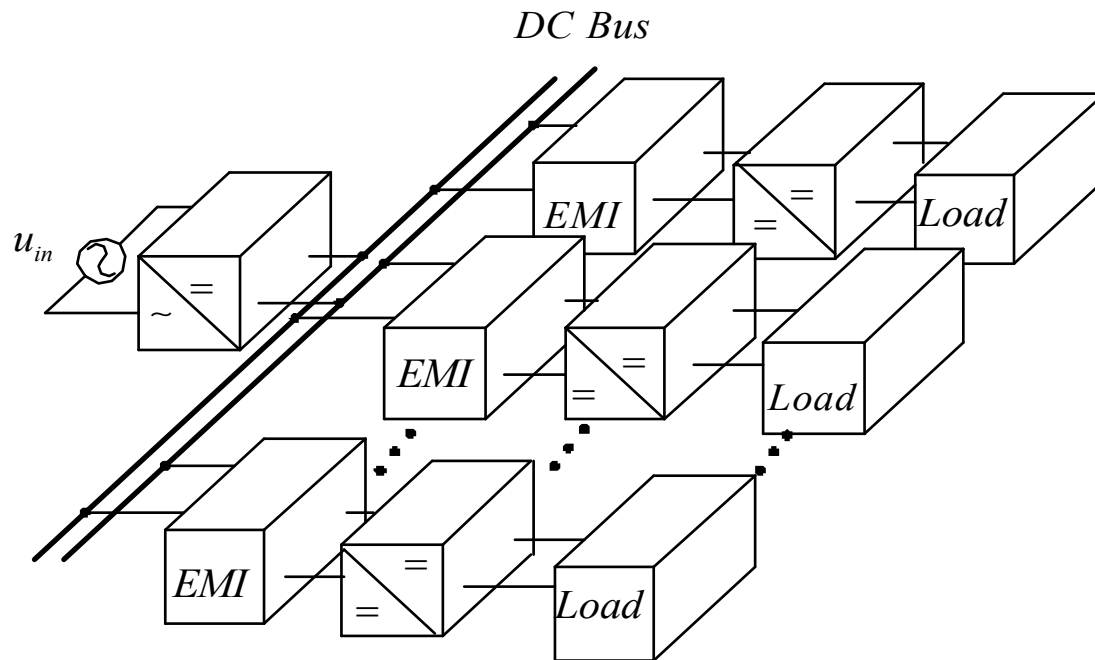
Kytkin toimii suurella taajuudella, esim. 100 kHz. Muuttamalla auki/kiinni-suhdetta (duty cycle) jakson aikana siirretään tehoa kuormaan ja säädetään kuorman yli vaikuttavaa jännitettä.



Kytkemällä AC/DC-teholähteitä rinnan ja varmistamalla vielä akulla saadaan sopiva lähde esim. Telecom-kuormalle.



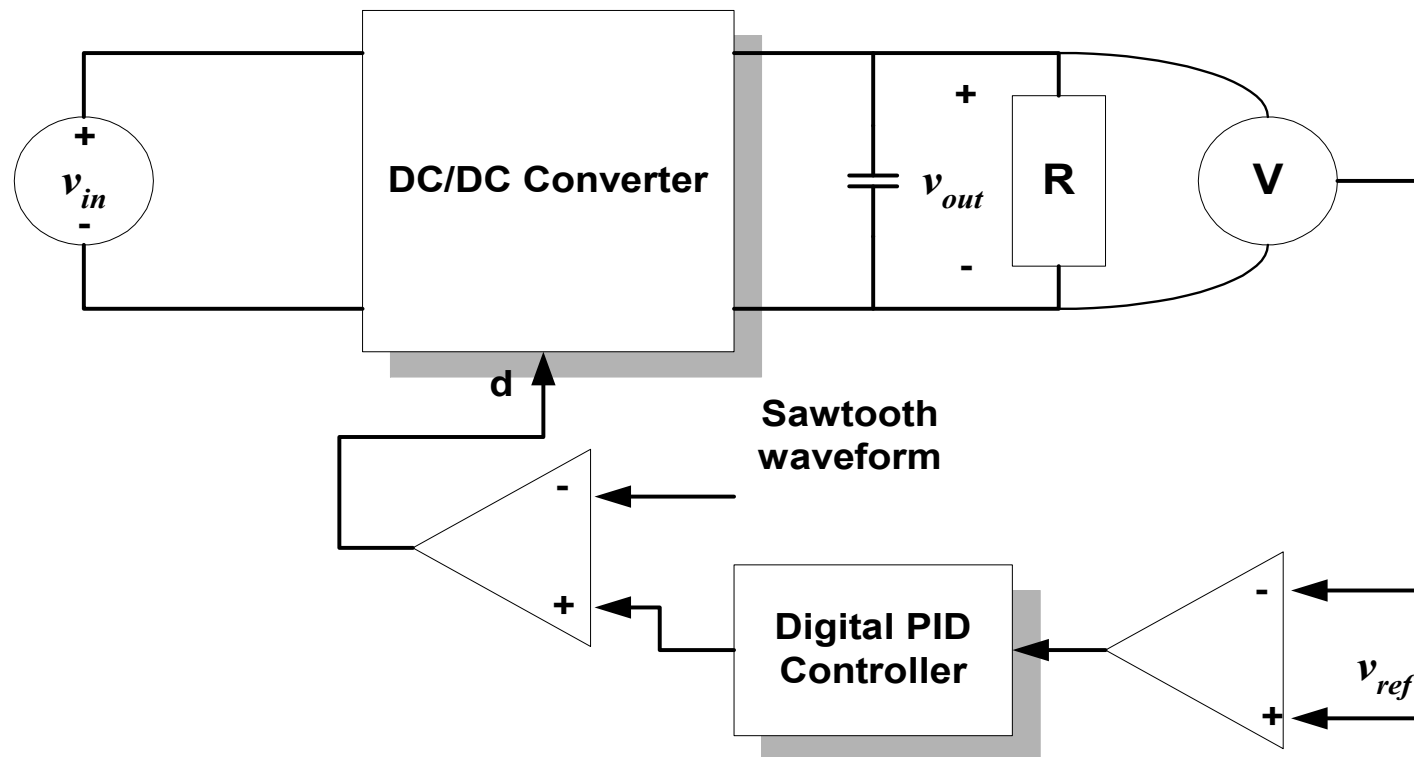
Hankala monimuuttujajärjestelmä, MIMO = multiple input, multiple output. Vrt SISO = single input, single output



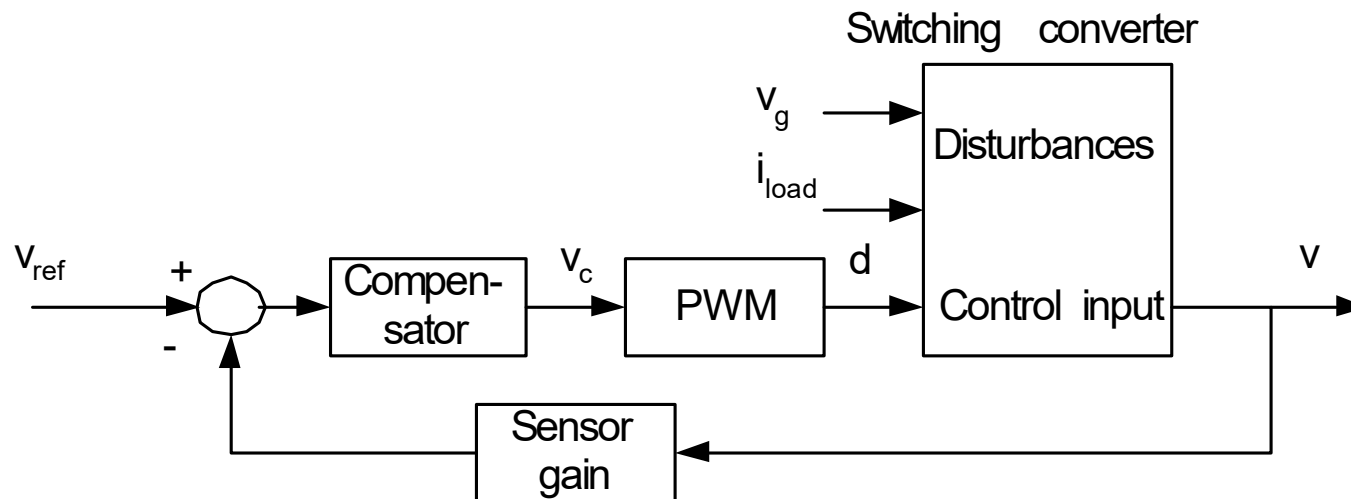
Eikä homma yhtään helpotu, kun rakennetaan nyky-Maailman teollisuuden vaatimia teholähdejärjestelmiä; kytetään järjestelmiä rinnan, varustetaan ne tulosuotimilla (EMI), kuormat ovat vaihtelevia ja kompleksisia.

Tarvitaan systemaattisia menetelmiä = tarvitaan teoriaa!
Ja nykypäivän sana on **digitalisointi. (Jee!)**

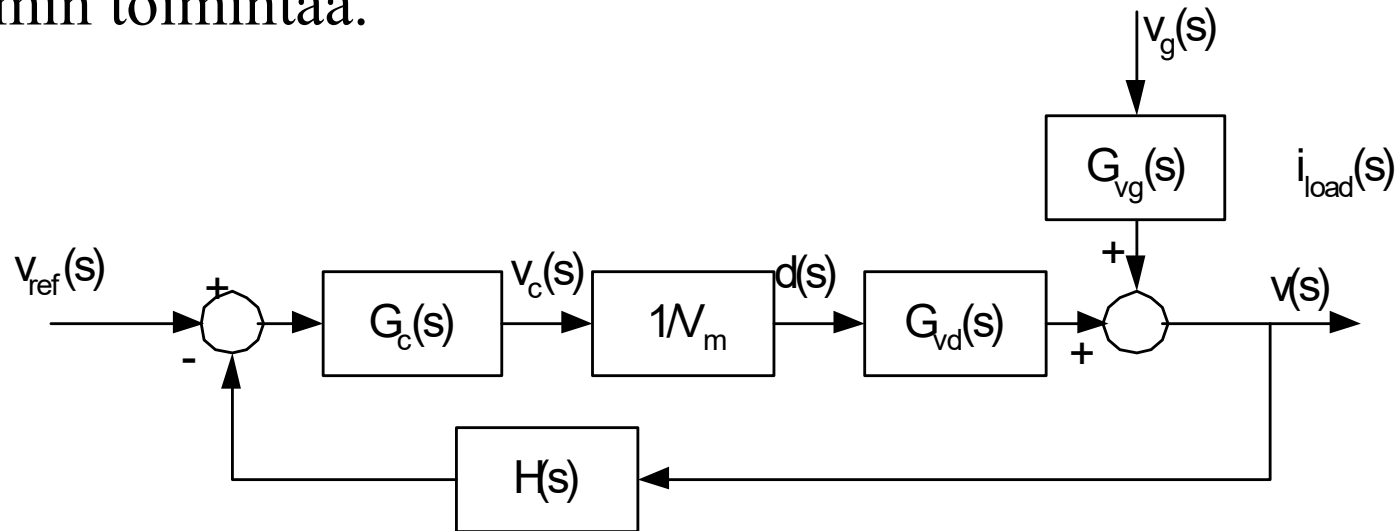
Negatiivinen takaisinkytkentä = takaisinkytketty säätö,
 RC -piiri on kuorma. Verrataan mitattua lähtöjännitettä haluttuun
lähtöjännitteeseen (referenssiin) ja käytetään diskreettiä PID-sää-
dintä ohjaamaan kytkintä.



Säätötekniikan kielellä voidaan systeemejä kuvata lohkokaavioesityksenä. PWM (pulssinleveysmodulaatio) muuntaa säätäjän eli kompensattorin signaalin kytkimen ohjaussuhteeksi (duty cycle); kyse on siis periaatteessa toimilaitteeseen kuuluvasta elementistä. Tulojännite V_g ja kuorman ottama virta i_{load} ovat säädön kannalta häiriöitä. Säädön *robustisuus* = kyky sietää häiriöitä ja mallivirheitä.



Kirjoittamalla lohkojen toimintaa (=dynamiikkaa) kuvaavat siirtofunktiot päästään tutkimaan kvantitatiivisesti suljetun systeemin toimintaa.



$$G_{vd}(s) = \frac{V_{in} R (1 + sCr_c)}{LC(R + r_c)s^2 + (RCr_c + RCr_l + Cr_l r_c + L)s + R + r_l}$$

$$G_{vg}(s) = \frac{DR(1 + sCr_c)}{LC(R + r_c)s^2 + (RCr_c + RCr_l + Cr_l r_c + L)s + R + r_l}$$

Prosessille on suunniteltu vaiheenjätto- / johtokompensaattori käyttämällä Bode diagrammia apuvälineenä. Avoimen prosessin aivan riittämätön vaihevara (2 astetta) on saatu paljon paremmaksi (n. 50 astetta). Stabiilisuus on taattava.

$$G_c(s) = G_{cm} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right) \left(1 + \frac{\omega_l}{s}\right)}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

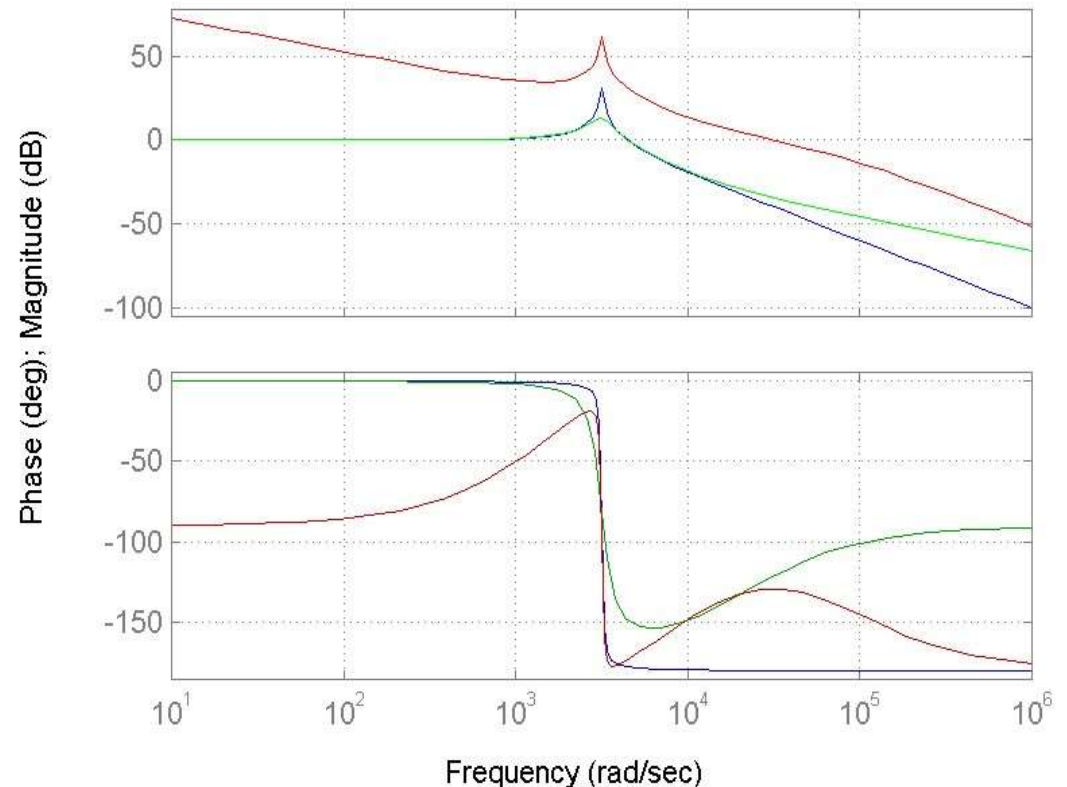
$$G_{cm} = 33.8, \omega_z = 10681(\text{rad}/s)$$

$$\omega_l = 1257(\text{rad}/s), \omega_p = 91106(\text{rad}/s)$$

$$\omega_c^* \approx 4500 (\text{rad} / s), \phi_m^* \approx 2^\circ$$

$$\omega_c \approx 30000 (\text{rad} / s), \phi_m \approx 50^\circ$$

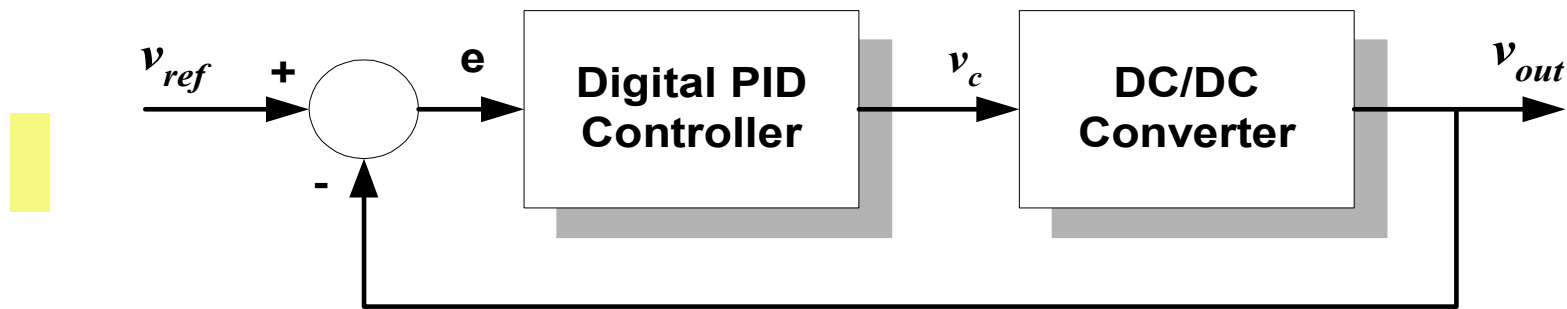
Bode Diagrams



Mutta kompensattoria voidaan approksimoida PID-säätimellä:

$$G_c(s) = G_{cm} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_z}\right) \left(1 + \frac{\omega_l}{s}\right)}{1 + \frac{s}{\omega_p}} = K \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right) \left(1 + \frac{sT_d}{1 + \frac{T_d}{N}s}\right) \approx K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + \frac{sT_d}{1 + \frac{T_d}{N}s}\right) = G_{PID}(s)$$

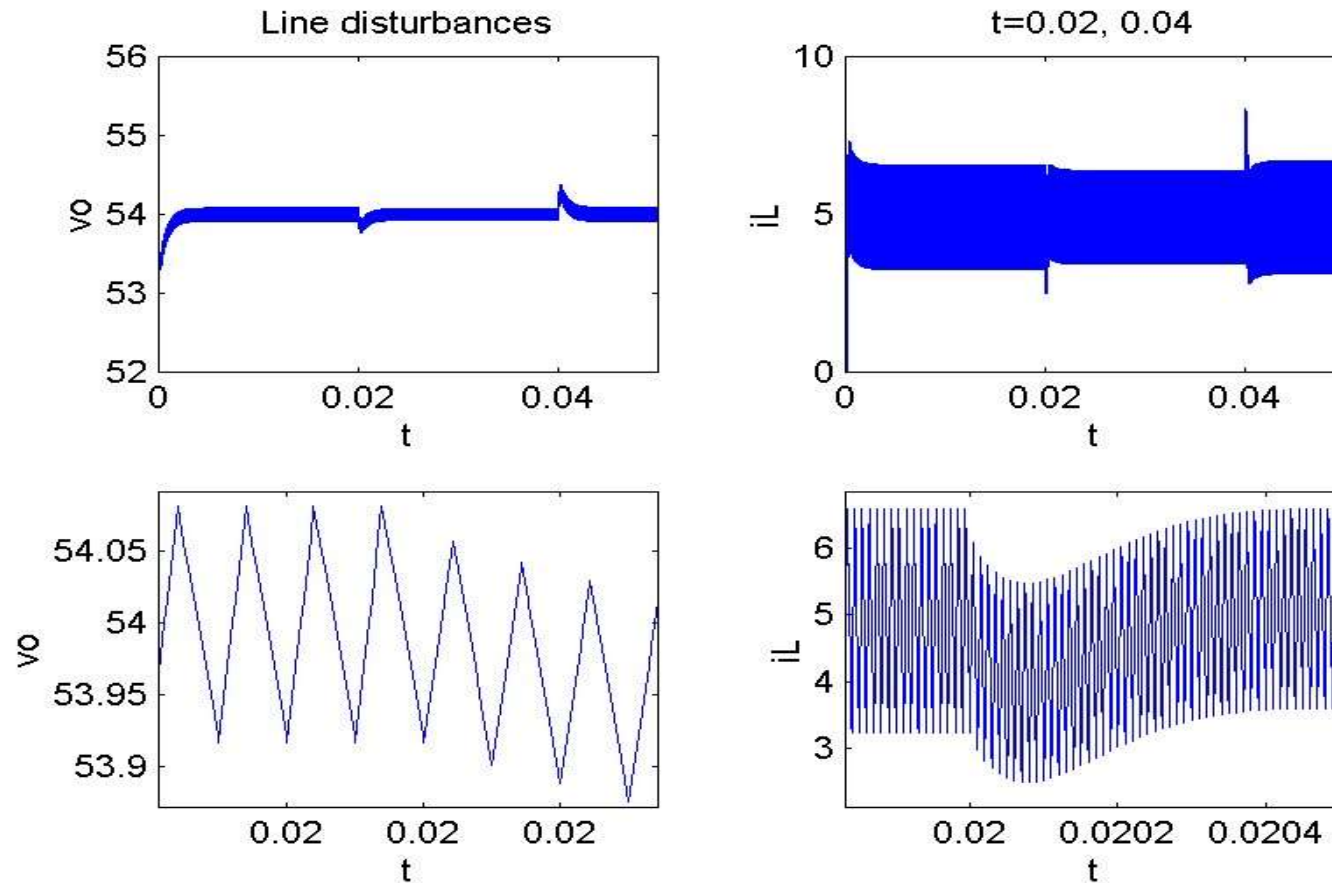
Ja tämä puolestaan voidaan *diskretoida* tietokonesäätöä varten eli siis siihen tarkoitukseen, että säätimenä toimii prosessoripohjainen järjestelmä.



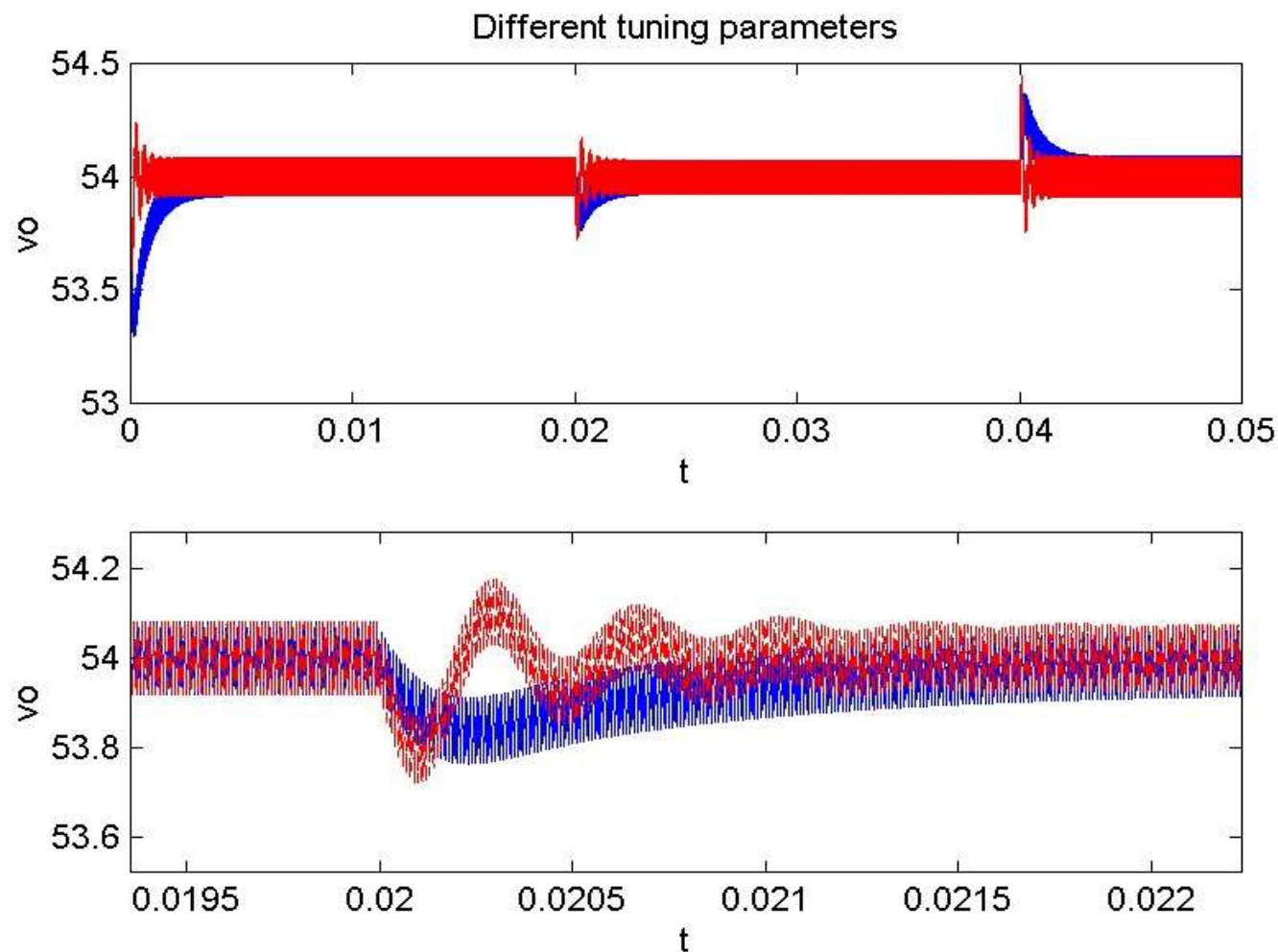
$$v_c(z) = K(bv_{ref}(z) - v_{out}(z)) + K \frac{T}{T_i} \frac{z}{z-1} (v_{ref}(z) - v_{out}(z)) - K \frac{T_d(z-1)}{\left(T + \frac{T_d}{N}\right)z - \frac{T_d}{N}} v_{out}(z)$$

Säätimen ja mittauksen toimintataajuus ovat nyt ”uusia” asioita, joita on tarkasteltava. Tässä näytteenottotaajuus 20 kHz eli näyteväli 1/20000 s.

Säätimen toimintaa voidaan simuloida. Kuvissa systeemiin tulee häiriöitä; alla zoomatut kuvat, joissa kytkimen toiminta tulee ilmeiseksi.



Havaitaan, että PID-säätimen erilaisilla virityksillä voidaan nopeutta lisätä, mutta hintana ovat kasvavat värähtelyt.



Säätösuunnittelun kulku

- Prosessimallin laadinta fysikaalisista yhtälöistä tai *identifioimalla*.
- Mallin *analyysi* ja *linearisointi* tarvittaessa; siirtofunktioiden muodostaminen
- Säättöprobleeman formulointi
- Säättösuunnittelu aika- tai taajuustasossa
- Säättimen *diskretointi* ja diskreetin *säättimen toteutus* esim. digitaalisella signaaliprosessorilla (DSP)
- Vaihtoehtoisesti: prosessimallin (mallien) diskretointi ja suunnittelu suoraan diskreetissä ajassa

LOPPU

Kurssin oleellinen sisältö

- Dynaamiset ja staattiset mallit
- Laplace-muunnos
- Siirtofunktio, tilaesitys, mallien väliset yhteydet
- Lohkokaavioalgebra, suljettu säätöpiiri
- Tila- ja tulo-lähtöstabiilisuus, Routhin kaavio
- PID-säädin
- Tilamenetelmät: saavutettavuus, tarkkailtavuus, tilatakaisinkytketty säätö, tilatarkkailija
- Taajuustason esitys, Boden ja Nyquistin diagrammit
- Vahvistus- ja vaihevarat, Nyquistin stabiilisuuslause
- Suorituskyvyn mitat, taajuuskompensaattorit
- Johdatus digitaalisäätöön eli diskreettiaikaiseen säätöön
- Z-muunnos, (pulssin)siirtofunktio
- Diskreetin järjestelmän stabiilisuus
- Näytteenotto, jatkuvien säädinten diskreetit approksimaatiot