Diskretointi

- Olkoon annettuna jatkuva-aikainen malli

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$
$$y(t) = h(x(t), u(t))$$

- ja tarkastellaan diskreettiaikaista mallia

$$x(t_{k+1}) = F(x(t_k), u(t_k))$$
$$y(t_k) = H(x(t_k), u(t_k))$$

- Miten F ja H tulisi valita, jotta diskreettiaikainen malli kuvaisi diskretointipisteissä jatkuva-aikaista mallia mahdollisimman hyvin?
- Euler, Runge-Kutta –menetelmät, yms...

Eulerin menetelmä

- Tarkastellaan jatkuva-aikaista mallia ajanhetkillä t_k=kT, k=0,1,2,3,.....
- Integroidaan malli välin $[t_k,t_{k+1}]$ yli

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f(x(\tau), u(\tau))d\tau$$

- Miten approksimoidaan integraalia? Euler, Runge-Kutta-menetelmät yms. yms.
- Approksimoidaan tilan aikaderivaattaa Eulerilla

$$\dot{x}(t_k) \approx \frac{x(t_{k+1}) - x(t_k)}{T}, \quad \frac{x(t_{k+1}) - x(t_k)}{T} = f(x(t_k), u(t_k))$$

josta saadaan tilayhtälö

$$x(t_{k+1}) = x(t_k) + f(x(t_k), u(t_k))T$$

ja ulostuloyhtälö

$$y(t_k) = h(x(t_k), u(t_k))$$

Lineaarinen järjestelmä, paloittain vakio ohjaus

- Tarkastellaan lineearista jatkuva-aikaista mallia

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

ja oletetaan, että ohjaus on vakio kullakin aikavälillä [kT, (k+1)T], i.e., $u(t)=u(kT)$, $kT \leq t \leq (k+1)T$, k=0,1,2,3,......

- Jatkuva-aikaista mallia vastaa tarkasti diskreettiaikainen malli

$$x((k+1)T) = Fx(kT) + Gu(kT)$$
$$y(kT) = Cx(kT) + Du(kT)$$

$$F = e^{AT} \quad \text{ja} \quad G = \int_0^T e^{A\tau} B d\tau$$