Dynaamisten systeemien identifiointi 1/2

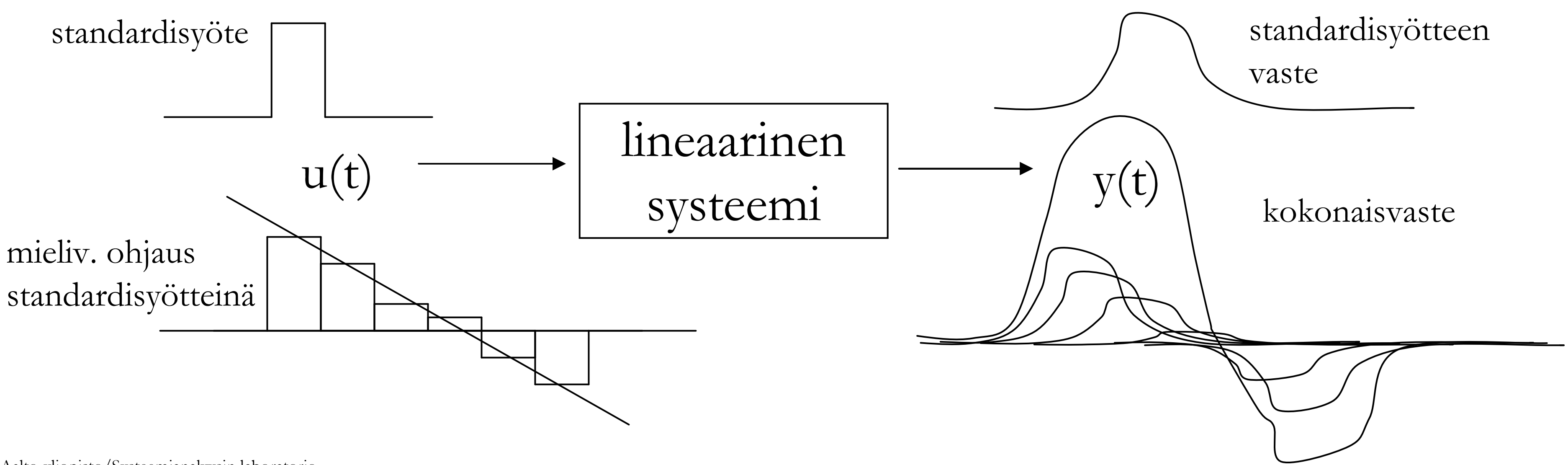
- Mallin rakentaminen mittausten avulla
- Epäparametriset menetelmät:
  - tuloksena malli, joka ei perustu parametreille – impulssi-, askel- tai taajusvaste
  - siirtofunktion estimointi (parametrinen malli) vasteiden perusteella
- Transienttianalyysi:
  - impulssivaste, askelvaste
- Korrelaatioanalyysi:
  - impulssivaste sisäänmenon ja ulostulon ristikovarianssin avulla
- Taajuusanalyysi:
  - systeemin vaste syötteeseen $A\sin\omega t$ eri ω:lla => taajuusvaste
- Fourier-analyysi:
  - taajusvaste sisäänmenon ja ulostulon Fourier-muunnosten avulla
- Spektraalianalyysi:
  - taajuusvaste sisäänmenon ja ulostulon spektrien avulla

Dynaamisten systeemien identifiointi 2/2

- Mallin rakentaminen mittausten avulla
- Parametriset menetelmät:
  - mallirakenteen valinta
  - parametrien estimointi PNS- tai vastaavalla keinolla
  - sovituksen hyvyytenä usein mallin ennustuskyky
  - tärkeä ongelma koesuunnittelu
- Rakenteelliset mallit
  - parametreillä a priori tulkinta & merkitys
- Black box-mallit
  - parametrit vain laskennan/sovituksen apuvälineitä

Lineaaristen mallien superpositioperiaate

- Lineaariselle mallille pätee superpositioperiaate:
  $L(\alpha u_1+\beta u_2)=\alpha L(u_1)+\beta L(u_2)$
- Hyödyntäminen identifioinnissa:
  - määrätään systeemin vaste (jollekin) standardisyötteelle: impulssi, askel,sini,...
  - lausutaan ohjaus u standardifunktioiden avulla
  - kokonaisvaste saadaan summaamalla u:n komponenttien vasteet



Impulssivaste

- Tarkastellaan diskreettiaikaisia järjestelmää
- Standardisyöte = impulssi => {u}= 1,0,0,0,...
- Vastaava ulostulo = {y} = {h} = h(0),h(1),h(2),...
- Yleinen sisäänmeno {u}=u(0),u(1),u(2),... => vaste u(0)h(0), u(0)h(1)+u(1)h(0),u(0)h(2)+u(1)h(1)+u(2)h(0),... =>

$$y(t) = \sum_{k=0}^{t} h(t-k)u(k), t \geq 0$$

- h(k) on systeemin *impulssivaste* eli *painofunktio* (weighting function)
  - impulssivaste on eräs systeemin malli
  - FIR (Finite Impulse Response): h(k)=0 kun k>M

Askelvasteen yhteys impulssivasteeseen

- Yksikköaskel: u(t) 0,t<0 ja 1, kun t>=0 =>ulostulo $y(0)=h(0)$, $y(1)=h(0)+h(1)$, $y(2)=h(0)+h(1)+h(2)$,...

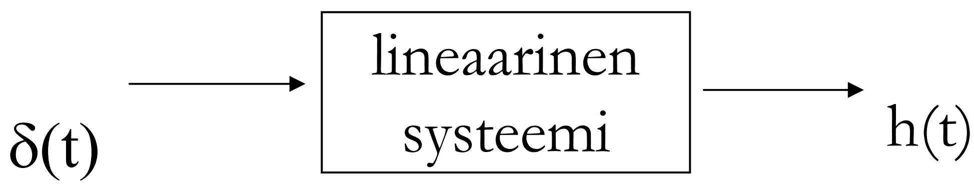
$\Rightarrow$ Askelvaste on impulssivasteen summa

$\Rightarrow$ Impulssivaste on askelvasteen differenssi

- Selvä myös superpositiomielessä: askel on impulssin summa (integraali) => askelvaste on impulssivasteen summa (integraali)
- Impulssivaste on askelvasteen derivaatta

Jatkuva-aikaiset järjestelmät

- Ajattelu kuten diskreettiaikaisissa järjestelmissä
  - jako standardisyötteisiin (esim. paloittain vakio approksimaatio)
  - Δt-> 0 => yksikköimpulssi $\delta(t) = 0 \forall t \neq 0, \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$
  - käytännössä Δt ei ole nolla, mutta teoriassa kyllä!



Askelvasteen yhteys siirtofunktioon

- Kun systeemin painofunktio tunnetaan, vaste mielivaltaiselle ohjaukselle u(t) on konvoluutio

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau)u(\tau)d\tau, t \geq 0$$

- Konvoluution Laplace-muunnos on tulo ja impulssin ykkönen

=>

Impulssivaste saadaan Laplace-käänteismuuntamalla siirtofunktio ja päinvastoin

Transientianalyysi

- Impulssi- ja askelvasteen identifiointi
- Eniten teollisuudessa käytetty menetelmä
- Käytännössä kvalitatiivinen malli
- Käyttö identifioinnin alkuvaiheessa:
  - merkittävät sisäänmenot, syy-seuraus -suhteet
  - systeemin aikavakiot ja -skaalat
  - staattiset vahvistukset
  - vasteen kvalitatiivinen luonne (värähtelevä, vaimennettu, vakio,...)
  - systeemin kertaluku
- Hankalaa konstruoida parametrisiä malleja, mutta joskus toimii!
  - häiriöt, mittausvirheet
  - impulssin tuottaminen?
- Vertailu mallin validointivaiheessa

Impulssivasteen määritelmän avulla laskettu estimaatti

- Mieliv. ohjaus u(0),u(1),... => vaste y(0),y(1),...
- T mittausta: $y(0)=u(0)h(0)$

$$y(1)=u(1)h(0)+u(0)h(1)$$

$$y(2)=u(2)h(0)+u(1)h(1)+u(0)h(2)$$

$$\ldots$$

$$y(T)=u(T)h(0)+\ldots+u(0)h(T)$$

$\Rightarrow$ $y=Uh \Leftrightarrow \hat{h}=U^{-1}y$

- Käytännössä kohinaisia mittauksia => monta koetta systeemillä => monta havaittua vastetta y => h:n estimointi PNS-menetelmällä

Korrelaatioanalyysi

- Estimoi ilmpulssivaste g_k systeemin sisäänmenon ja ulostulon avulla
- Tarkastellaan systeemiä, jonka painofunktio on g_k ja johon vaikuttaa häiriö v(t), stokastinen prosessi
- Tällöin

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k u(t-k) + v(t), t \geq 0$$

- Olkoon u(t) stationaarinen nollakeskiarvoinen stokastinen prosessi kovarianssifunktiolla $R_u(\tau)$
- Oletetaan, että u(t) ja v(t) korreloimattomia
- **Wiener-Hopfin yhtälö**

$$R_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} g_k R_u(\tau - k)$$

- u(t) on valkoista kohinaa => $R_{yu}(\tau) = \lambda g_\tau$

Käytännön laskutoimitukset

- Stationaarisille nollakeskiarvoisille prosesseille

$$\hat{R}_{yu}^{N}(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} y(t)u(t-\tau)$$

ja edelleen, kun u(t) on valkoista kohinaa

$$\hat{g}_{\tau}^{N} = \frac{1}{\lambda}\hat{R}_{yu}^{N}$$

- Yleensä u(t) ei ole valkoista kohinaa
  - voidaan laskea estimaatti $R_u(\tau)$ ja ratkaista impulssivaste Wiener-Hopfin yhtälöstä
  - parempi tapa on <u>valkaisusuodatus</u>

Valkaisusuodatus (prewhitening)

- Suodatetaan y(t) ja u(t) mielivaltaisella suotimella L(q):
  - $y_F(t)=L(q)y(t)$; $u_F(t)=L(q)u(t)$
- Lineaarisuus => sama impulssivaste=>

$$y_F(t)=\sum_{k=0}^{\infty} g_k u_F(t-k)+v_F(t), t \geq 0$$

- Valitaan L(q) siten että $u_F(t)$ on niin valkoista kuin mahdollista
  - usein käytetään yksinkertaista AR-mallia L(q)u(t)=e(t), kertaluku 4-8 ja PNS-sovitusta

Korrelaatioanalyysialgoritmi - CRA

1. Kerää y(t) ja u(t)
2. Nollakeskiarvoista vähentämällä estimoidut keskiarvot
3. Valitse valkaisusuodin L(q) ja muodosta $y_F(t)$ ja $u_F(t)$
4. Laske $u_F(t)$:n varianssin sekä $u_F(t)$:n ja $y_F(t)$:n ristikovarianssin estimaatit
5. Muodosta impulssivasteen estimaatti

Yhteenveto korrelaatioanalyysista

- Tavoitteena painofunktio => lopputuloksena myös kvalitatiivista tietoa
  – aikavakiot, aikaskaalat
  – siirtofunktion estimointi lopputuloksen perusteella?
- Ei vaadi erityisiä ohjauksia
- Huono signaali-kohina –suhde voidaan kompensoida kasvattamalla mittausaikoja
- Eräänä oletuksena sisäänmenon ja häiriön korreloimattomuus => korrelaatioanalyysi (tämä versio) ei toimi hyvin takaisinkytketyille järjestelmille!