

Tentti, 31.8.2015

Tentissä ei saa käyttää laskinta, taulukkokirjoja tai muita apuvälineitä.

1. Tee lyhyesti selkoa seuraavista käsitteistä (1p/kohta):

- slack-muuttuja
- binäärinen valinta
- alireitti
- funktio f on konvekksi
- portfolion optimointi
- varjohinta

2. Käytä seuraavaan tehtävään taulukkomuotoista Simplex-menetelmää.

$$\begin{array}{ll} \max & 3x_1 - 2x_2 \\ \text{s.e.} & x_1 + x_2 \geq 2 \\ & 3x_1 - x_2 \leq 8 \\ & -x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- Muuta lineaarinen tehtävä standardimuotoon. (1p)
- Ratkaise LP-tehtävä käyttäen M-menetelmää. (3p)
- Hahmottele tehtävän käypä joukko sekä Simplex-algoritmin eteneminen. (2p)

3. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{ll} \min & (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 3)^2 \\ \text{s.e.} & x_2^2 - x_1 \leq 0 \\ & 2x_2 - x_1 = 0 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

- Etsi optimointitehtävän ratkaisu geometrisesti. Piirrä kuvaan rajoitusehdot, käypä alue ja kohdefunktion käyrät. (2p)
- Etsi välttämättömät KKT-ehdot, ja tutki toteuttaako löytämäsi piste ne. (4p)

4. Olet tuotantopäällikkö autoja valmistavassa yrityksessä Nallen Nelipyörä Oy. Tällä hetkellä mallistoon kuuluu ainoastaan yksi malli, Mesikämmen. Valmistus vaatii 2 tonnia terästä ja 100 miestyötuntia. Yrityksellä on myös mahdollisuus laajentaa toimintaa ja alkaa valmistaa uusia Karhu-sarjan urheiluautoja. Niiden valmistaminen vaatii 1.5 tonnia terästä ja 150 miestyötuntia. Lisäksi valmistus vaatisi uuteen tuotantolinjaan investoimista. Tuotantolinja maksaisi 1000 Karhu-sarjan auton hinnan verran, ja sen käyttöikä olisi 10 vuotta. Viikoittain yrityksellä on käytössä 24 tonnia terästä ja 1200 miestyötuntia. Karhu-sarjan autoista saatava voitto on kaksinkertainen Mesikämmen-sarjan autoihin nähden.
- a) Minkälaisella viikottaisella tuotannolla yrityksen voitto maksimoituu? Formu-
loi tehtävä *lineaarisena kokonaislukutehtävänä*. Tehtävää ei tarvitse ratkaista. (4p)
- b) Suunnittele ratkaisevasi tehtävän Branch-and-Bound -menetelmällä. Esitä algo-
ritmin toimintaperiaate. (2p)
5. Määrittele geometrinen duaalisuus tarkastelemalla pisteen etäisyyttä suljetusta kon-
veksista joukosta. (6p)