

6B Jatkuvan aikavälin Markov-malleja

Tuntitehtävät

6B1 *Kaksitilaisen ketjun siirtymämatriisit.* Tilajoukon $\{0, 1\}$ Markov-ketjulla on generaattorimatriisi

$$Q = \begin{bmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{bmatrix},$$

missä $\lambda, \mu > 0$.

- Kirjoita Kolmogorovin takaperoiset differentiaaliyhtälöt $\frac{d}{dt}P(t) = Q P(t)$ auki alkio alkioita.
- Kirjoita (a)-kohdan avulla differentiaaliyhtälö erotukselle $f(t) = P(t)_{0,0} - P(t)_{1,0}$ ja ratkaise se käyttämällä tehtävään sopivaa alkuehtoa.
- Ratkaise (a)- ja (b)-kohtien avulla ketjun t :n aikayksikön siirtymämatriisi $P(t)$ ajan t funktiona.
- Ratkaise ketjun tasapainojakauma π suoraan tasapainoyhtälöistä ja vertaa saamaasi ratkaisua (c)-kohdan tulokseen.

6B2 Kone toimii odotusarvoisesti $1/\lambda = 100$ päivää ennen rikkoutumistaan ja korjaaminen kestää odotusarvoisesti $1/\mu = 10$ päivää. Toiminta- ja korjausajat oletetaan toisistaan riippumattomiksi ja eksponenttijakautuneiksi. Toimiessaan (tila 0) kone tuottaa voittoa keskimäärin $A = 100\,000\text{€}$ päivässä ja rikki ollessaan (tila 1) tappiota keskimäärin $80\,000\text{€}$ päivässä.

- Jos kone on kuukauden alussa rikki, niin kuinka monta päivää se odotusarvoisesti on rikki kyseisen kuukauden (30 päivää) aikana?
Vihje: Tehtävän 6B1 tuloksista on apua.
- Jos kone on kuukauden alussa rikki, niin kuinka paljon se odotusarvoisesti tuottaa voittoa omistajalleen kyseisen kuukauden (30 päivää) aikana?
- Millä vauhdilla kone tuottaa omistajalleen voittoa pitkällä aikavälillä?

Kotitehtävät

6Bonus Vastaa kurssin palautekyselyyn

<https://www.webpolsurveys.com/S/487585D58503B452.par>

21.10.2016 mennessä. Vastaamalla saa kaksi bonuspistettä harjoituspisteisiin.