

Tentti, 21.2.2014

Tee korkeintaan 5 tehtävää.

1. Käytä seuraavaan tehtävään taulukkomuotoista Simplex-menetelmää.

$$\begin{array}{ll} \min & -3x_1 - 7x_2 \\ \text{s.e.} & 8x_1 - 8x_2 \leq 2 \\ & 8x_1 + 8x_2 \leq 8 \\ & 7x_1 - 5x_2 \geq -2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

- a) Muuta lineaarinen tehtävä standardimuotoon. (1p)  
b) Ratkaise LP-tehtävä Simplex-algoritmillä. (3p)  
c) Hahmottele tehtävän käypä joukko sekä Simplex-algoritmin eteneminen. (2p)

2. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{ll} \min & (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 6)^2 \\ \text{s.e.} & x_1^2 + x_2^2 \leq 25 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ & x_1, x_2 \geq 0, \end{array}$$

- a) Ratkaise tehtävä graafisesti. Piirrä tehtävän käypä alue sekä kohdefunktion va-  
kiokäyrät. (2p)  
b) Osoita, että tehtävän KKT-ehdot toteutuvat optimipisteessä, ja että ne ovat riit-  
tävät. (3p)  
c) Mikä on tehtävän ratkaisu, jos kohdefunktiona on  $f(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 1)^2$ ,  
mutta käypä joukko on sama? (1p)

3. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{ll} \max & 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.e.} & 6x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+ \end{array}$$

- a) Ratkaise tehtävän LP-relaksaatio graafisesti. (1p)  
b) Etsi Branch-and-Bound -menetelmää käyttäen tehtävälle ratkaisu. Ratkaise osa-  
tehtävät graafisesti. (3p)  
c) Esitä ratkaisusi kulku puumuodossa ja perustele sen avulla, että löytämäsi rat-  
kaisu todella on annetun tehtävän paras mahdollinen kokonaislukuratkaisu. (2p)

4. Määrittele seuraavat käsitteet ( $n$ -ulotteisessa euklidisessa avaruudessa).
- a) Pisteen  $x$  kautta kulkeva vektorin  $d$  suuntainen suora (1p)
  - b) Pisteiden  $x_1$  ja  $x_2$  välinen jana (1p)
  - c) Konvekssi joukko (1p)
  - d) Konvekssi funktio (1p)
  - e) Taso (1p)
  - f) Pisteen  $y \notin K$  etäisyys kompaktista joukosta  $K$  (1p)
5. Kuvaile
- a) sekanttimenetelmää 1-ulotteisessa optimoinnissa. (2p)
  - b) sakkofunktiomenetelmän toimintaperiaate tarkastelemalla jotain yksinkertaista esimerkkitehtävää, esim.  $\min x_1^2 + x_2^2$  ehdolla  $x_1 + x_2 - 4 = 0$ .
6. Kuvaile lyhyesti geneettisen algoritmin toimintaperiaate. Selitä myös lyhyesti ko. algoritmin peruskäsitteet: uudelleen valinta, risteytys, mutaatio.