

Tentti, 18.12.2013

1. Ratkaise tehtävät käyttäen M-menetelmää.

a)

$$\begin{array}{llll} \min & 4x_1 & + & 6x_2 \\ \text{s.e.} & x_1 & + & x_2 \geq 5 \\ & 3x_1 & + & 8x_2 \geq 24 \\ & x_1 \geq 0, & & x_2 \geq 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{llll} \min & 2x_1 & + & x_2 \\ \text{s.e.} & x_1 & + & x_2 \geq 7 \\ & x_1 & + & 2x_2 \geq 10 \\ & -x_1 & + & 2x_2 \geq -2 \\ & x_1 \geq 0, & & x_2 \geq 0 \end{array}$$

2. Selitä lyhyesti mutta täsmällisesti seuraavat käsitteet.

- a) Slack-muuttuja (1p)
- b) Nashin tasapaino (1p)
- c) Pareto-optimaalinen ratkaisu (1p)
- d) Selkärepun täyttöongelma (1p)
- e) Varjohinta (1p)
- f) Lineaarisen optimointitehtävän käypä kantaratkaisu (1p)

3. Huonekaluliike Oksa oy valmistaa tuoleja ja pöytiä, joiden materiaalina käytetään puuta. Tuoliin kuluu puuta 2 kg ja pöytään vastaavasti 5 kg. Lisäksi yhden tuolin valmistamiseen käytetään 6 työtuntia, kun taas pöydän valmistukseen tarvitaan 10 työtuntia. Oksa oy:llä on viikottain käytössä 1700 kg puuta sekä 2150 työtuntia. Tuoleista saadaan voittoa 150 €/kpl ja pöydistä saadaan voittoa 320 €/kpl. Oksa oy ei kuitenkaan tuotannollisista syistä voi valmistaa viikossa tuoleja kolmea kertaa enempää kuin pöytiä. Yritys haluaa maksimoida viikottaisia voittojaan.

- a) Formuloi ongelma *lineaarisena kokonaislukutehtävänä*. Tehtävää ei tarvitse ratkaista. (4p)
- b) Suunnitellet ratkaisevasi tehtävän Branch-and-Bound -menetelmällä. Esitä algoritmin toimintaperiaate. (2p)

Jatkuu kääntöpuolella

4. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{array}{llll} \min & z = (x - 5)^2 + (y - 4)^2 & & \\ \text{s.e.} & x^2 - 4x - y + 5 & \leq & 0 \\ & 2x + 3y - 12 & = & 0 \\ & -x & \leq & 0 \\ & y - 6 & \leq & 0 \\ & -2y + 3 & \leq & 0. \end{array}$$

- a) Etsi optimointitehtävän ratkaisu geometrisesti. Piirrä kuvaan rajoitusehdot, käypä alue ja kohdefunktion käyrät. (2p)
b) Etsi välttämättömät KKT-ehdot, ja tutki toteuttaako löytämäsi piste ne. (4p)

5. Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia? Perustele vastauksesi.

Arvostelu: oikea vastaus 1p, oikea perustelu 1p, väärä vastaus -2p, tyhjä vastaus 0p.

- a) Lineariselle optimointitehtävälle (LP) on aina olemassa joko täsmälleen yksi ratkaisu tai vaihtoehtoisesti tehtävällä ei ole ratkaisua.
b) On mahdollista formuloida optimointitehtävä, jolla on täsmälleen kaksi ratkaisua.
c) Tarkastellaan lineaarista optimointitehtävää (LP). Jos primaalitehtävän ratkaisu on rajoittamaton, niin duaalitehtävällä ei ole käypää ratkaisua.