



Aalto-yliopisto

ELEC-C3240 Elektroniikka 2

Digitaalielektroniikka-Lukujärjestelmät

Digitaalielektroniikka - tavoitteet

- Opitaan digitaalitekniikan perusasiat
- Opitaan digitaalisen elektroniikkasuunnittelun alkeismenetelmät ja -käsitteet.
- Opitaan soveltamaan alkeismenetelmiä yksinkertaisen digitaalipiirin suunnittelussa
- Luodaan pohja
 - Transistoritason digitaalipiirien suunnittelulle
 - Monimutkaisempien kokonaisuuksien laitteistokuvauskielisellem digitaalisuunnittelulle

Sisältö ja alustava aikataulu (periodi IV)

6. Luento

Lukujärjestelmät

Perusteet

7. Luento

Loogiset operaatiot ja boolean algebra

Alkeismenetelmät ja käsitteet

8. Luento

Karnaugh'n kartat

Peruspiirien suunnittelu alkeismenetelmiä käyttäen

9. Luento

Tilakoneet

Monimutkaisten kokonaisuuksien luominen

10. Luento

Logiikkaporttien CMOS-toteutukset

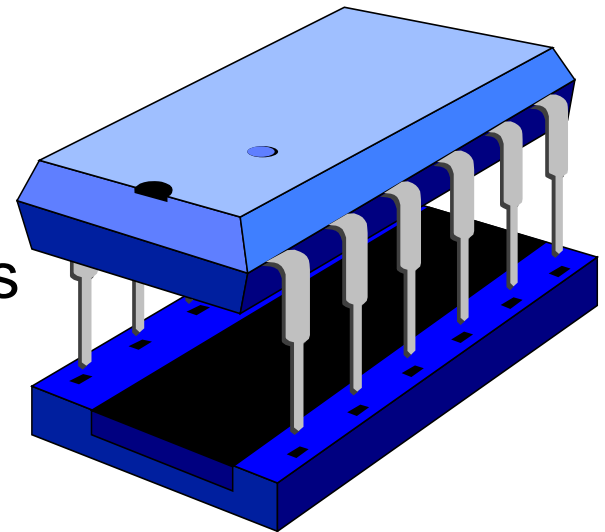
Transistoritason suunnittelu

Digitaalielelektroniikka - Oppimateriaali

- Luentomateriaali+Sedra
- Lisäksi oppikirja: Charles R. Kime & M. Morris Mano: Logic and Computer Design Fundamentals 4th edition, Pearson Educ., USA, 2008, ISBN 0-13-0198926-X
- Myös vanhemmat versiot käyvät
- Kirja on huomattavasti laajempi kuin kurssi
- Aiheet tärkeämpiä kuin lähde. Tietoa runsaasti saatavilla.

Muita digitaalielektroniikan kursseja

- ELEC-E3520 Digital Microelectronics I (5 op)
 - Digitaalisuunnittelu transistoritasolta sovelluksiin
 - Nopeus-tehonkulutus optimointi, ja optimoitimenetelmät
 - Yleisimmät piirirakenteet
 - Yleisimmät aritmeettiset lohkot
- ELEC-E3540 Digital Microelectronics II (5 op)
 - Laitteistokuvauskielinen digitaalisuunnittelu
 - Mikroprosessorin rakenne ja toteutus.
 - Suunnittellaan ja toteutetaan mikrokontrolleri VHDL-laitteistokuvauskielillä.



Johdatus digitaaliseen elektroniikkaan

- Digitaalielektroniikka = numeerista tekniikkaa
- Luotu/syntynyt laskentaa varten
- Sattuman kautta syntynyt yhdistelmä, jossa sovelletaan logiikan matemaattista esitysmuotoa ja binäärilukuaritmetiikkaa
 - Gottfried Leibniz, 1679, Binääriluvut
 - George Boole, 1847, Logiikan sääntöjen matemaattinen esitys. Boolean algebra.
 - Augustus De Morgan, Boolean kaveri, Logiikan sievennyssäännöt.

Luennon oppimistavoite

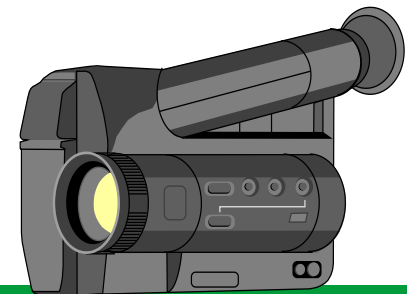
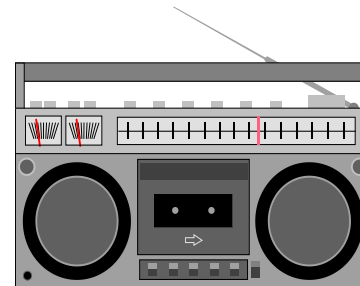
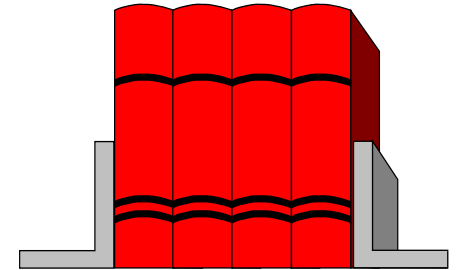
- Ymmärtää, mihin digitaalista elektroniikkaa käytetään (0,5h)
- Tuntee 10, 2,8 ja 16 kantaisten lukujen esitysmuodot (0,5h)
- Tuntee kiinteän pilkun binaarilukujen esitysmuodot ja osaa tehdä muunnokset esitysmuotojen välillä (1h)
- Osaa tehdä laskutoimituksia binäärilukujen eri esitysmuodoilla. (1h)

Kuormitus: Luento+laskari+itseopiskelu=2+2+4=8h

Digitaalielektroniikan sovellukset

Tiedon esittäminen ja käsittely

- Tiedon merkitys nyky-yhteiskunnassa
- Tiedon lajit
 - teksti
 - luvut, taulukot ja tilastot
 - ääni
 - liikkumaton kuva
 - liikkuva kuva
 - yhdistelmätieto (multimedia)
- Tiedon **esittäminen**
- Tiedon **tallettaminen**
- Tiedon **siirtäminen**
- **LASKENTA**->Mikroprosessorit

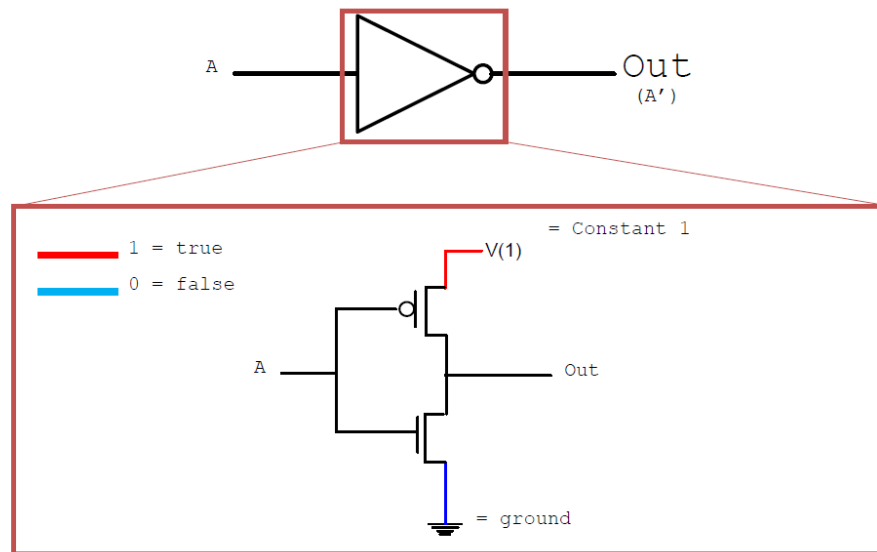


Tiedon esitystavat

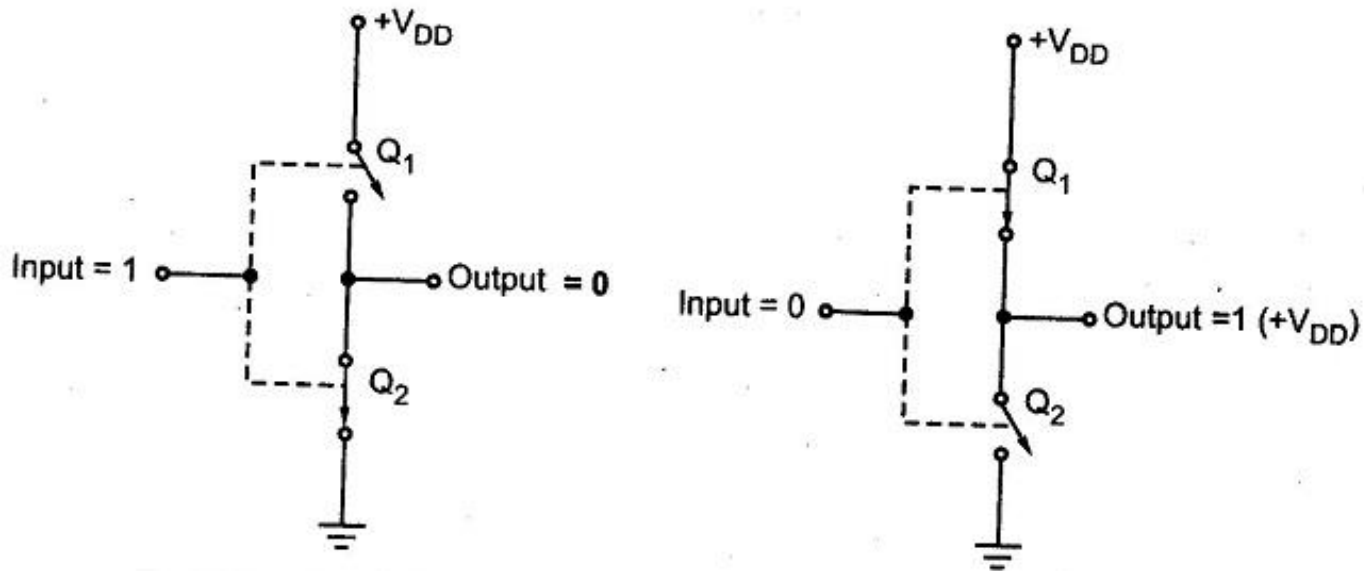
- Analoginen: **kaikki** arvot mahdollisia
 - Esimerkki VHS-kasetti
 - Laskenta analogista elektroniikkaa
 - Kohinaongelmat, häiriönsietoisuus, kuluminen
- Digitaalinen: vain **äärellinen määrä** eri vaihtoehtoja on sallittu
 - Esimerkki DVD-levy
 - Yleensä laitteet käyttävät ainakin sisäisesti binäärilukuja, jotka koostuvat biteistä
 - yhden bitin tiedolla on kaksi arvoa: **symbolit** 0 ja 1
 - kun tarvitaan enemmän vaihtoehtoja, käytetään **koodausta**: useita bittejä **ryhmiteltyinä**
 - **Laskentaan tarvitaan vain kytkimiä-> mistä pieni ja nopea kytkin?->transistori.**

Digitaalilogiikan perusperiaate: Transistori kytkimenä

Inverter (Not Gate)



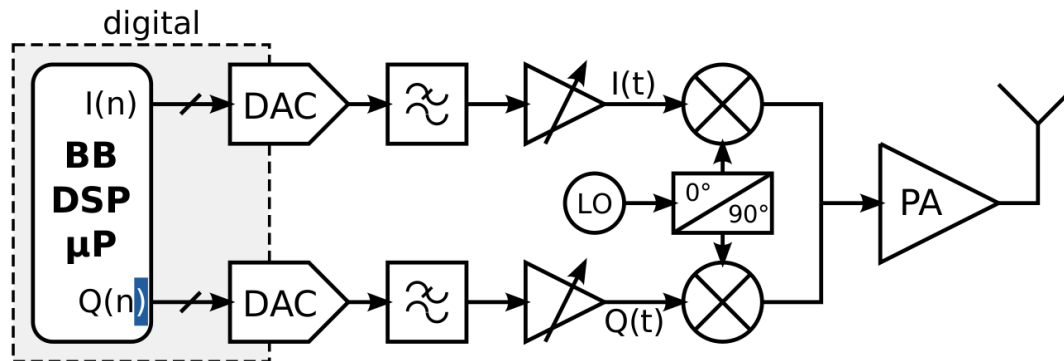
Digitaalilogiikan perusperiaate: Transistori kytkimenä



- Kaikki digitaalilogiikka perustuu samaan ideaan!

Analogisen tallennuksen ja siirron (=elektroniikan) ominaisuudet

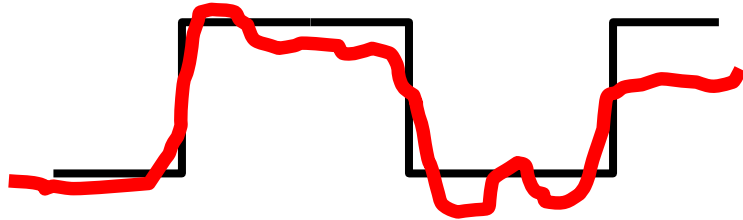
- ANALOGIAELEKTRONIIKKA ON SIGNAALINKÄSITTELYÄ
- Esimerkkinä radiolähetin:



Analogisen tallennuksen ja siirron (=elektroniikan) ominaisuudet

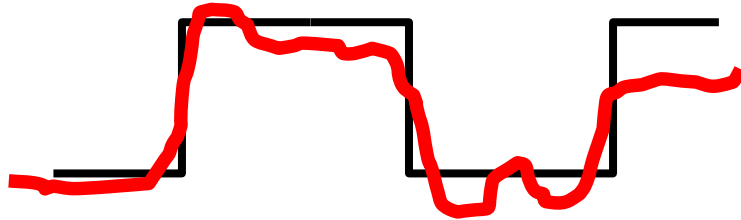
- **ANALOGIAELEKTRONIIKKA ON SIGNAALINKÄSITTELYÄ**
- Signaali **vääristyy** tallennettaessa
 - Tallennettu signaali **vaimenee** ja **vääristyy**, “kuluu” ajan mukana
 - Toistettaessa saadaan esille vääristynyt signaali
- Signaali **vaimenee** ja **vääristyy** siirrettäessä
- Vahvistettaessa signaalia vahvistetaan myös häiriöitä
- Häiriötyyppejä:
 - särö
 - kohina
 - hurina
 - impulssihäiriöt
- Vääristymiä voidaan estää tai korjata vain **hyvin rajoitetusti**, koska vääristymää ei voida erottaa varsinaisesta signaalista

Digitaalisen tallennuksen ja siirron (=elektroniikan) ominaisuudet



- Digitaalinen signaali/bitti on analoginen signaali, kyse on vain päätöksestä tulkita signaali joko 1 tai 0
- Pienet vääristymät eivät yleensä haittaa, bitti tulkitaan edelleen alkuperäisellä tavalla
- Mikäli häiriö on hyvin voimakas, syntyy **bittivirheitä**
 - virheellisten bittien osuus kaikista eli **virhesuhde**
 - käytännössä esim, puheen siirrossa 10^{-5} ... 10^{-6} (sähköinen siirto) tai jopa 10^{-9} (optinen siirto)
 - virheen korjaava koodaus saattaa korjata, jos virheitä ei ole paljon
- **DIGITAALIELEKTRONIIKKA ON SIGNAALINKÄSITTELYÄ**
- **Digitaalielektroniikan häiriömekanismit ovat analogisia**

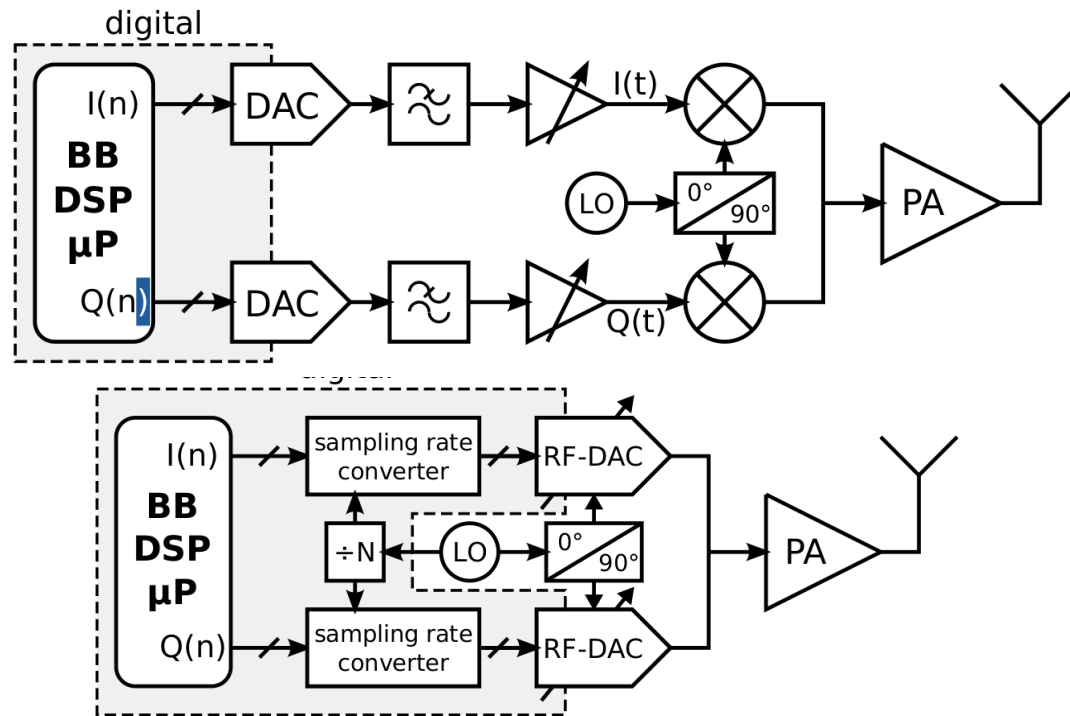
Digitaalisen tallennuksen ja siirron (=elektroniikan) ominaisuudet



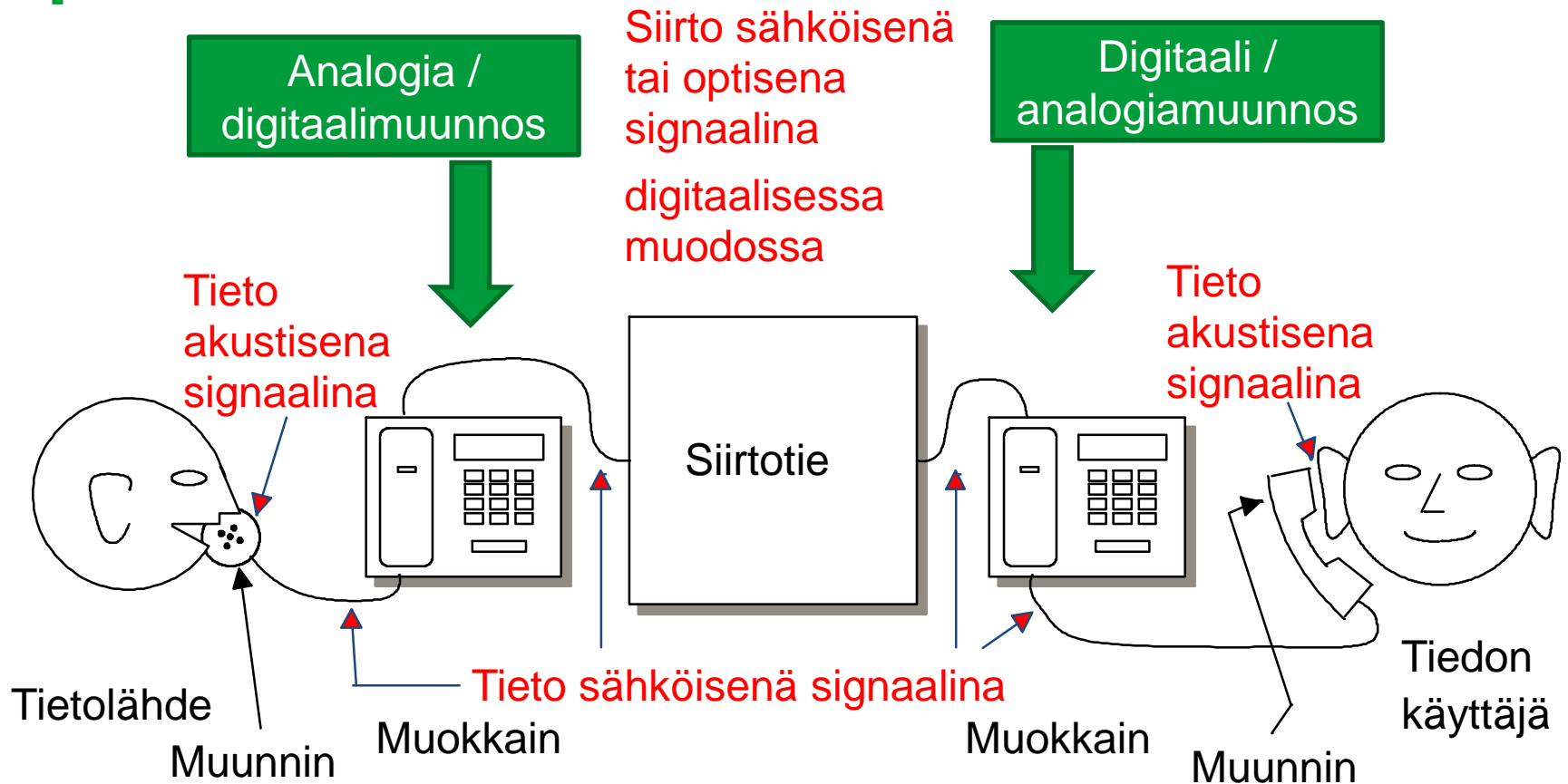
- Digitaalinen signaali/bitti on analoginen signaali, kyse on vain päätöksestä tulkita signaali joko 1 tai 0
- Pienet vääristymät eivät yleensä haittaa, bitti tulkitaan edelleen alkuperäisellä tavalla
- Niin kauan kun bittivirheitä ei synny, digitaaliset piirit eivät vääristä signaalia!
- **Mahdollistaa monimutkaisen signaalin prosessoinnin**

Digitaalisen tallennuksen ja siirron (=elektroniikan) ominaisuudet

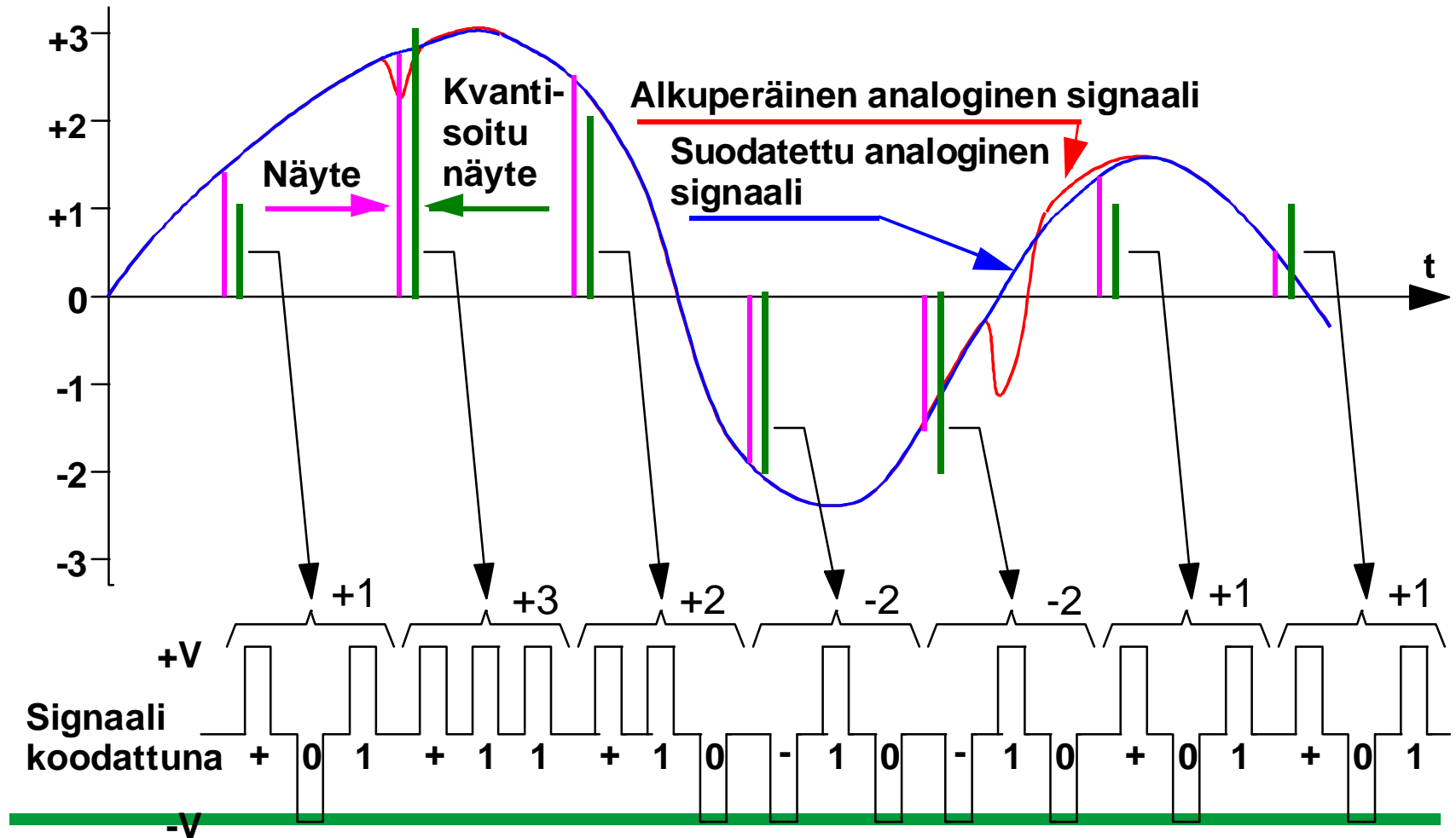
- DIGITAALIELEKTRONIIKKA ON SIGNAALINKÄSITTELYÄ
- Esimerkkinä radiolähetin:



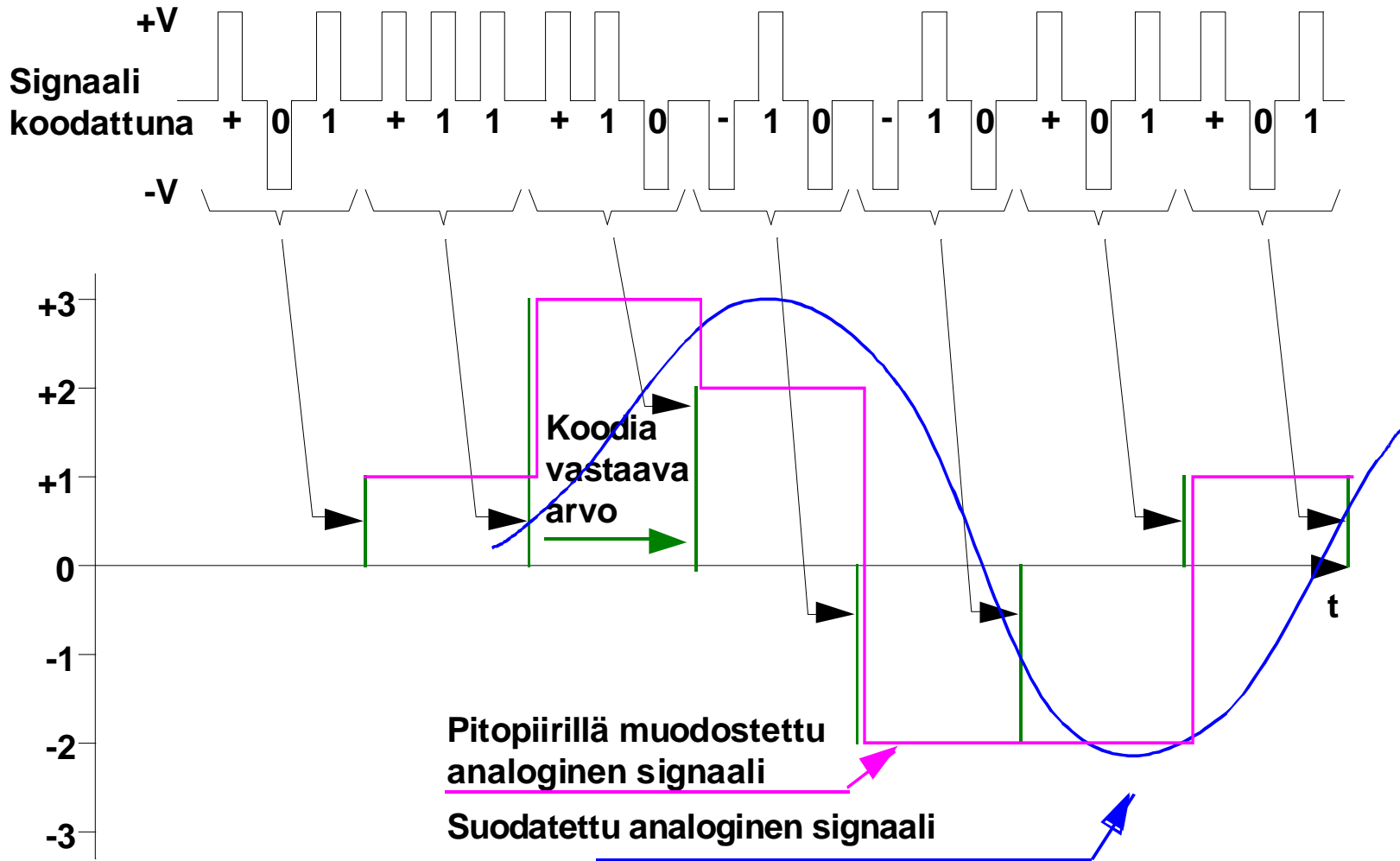
Esimerkki: puheen siirto puhelinverkossa



Analogia-digitaalimuunnos

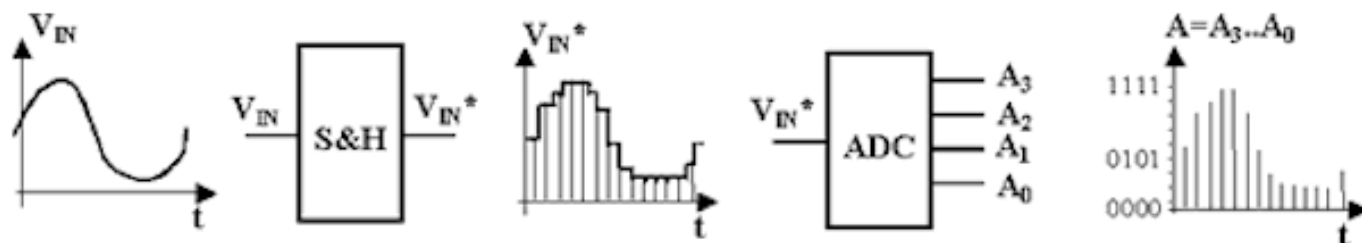


Digitaaliansalogiamuunnos

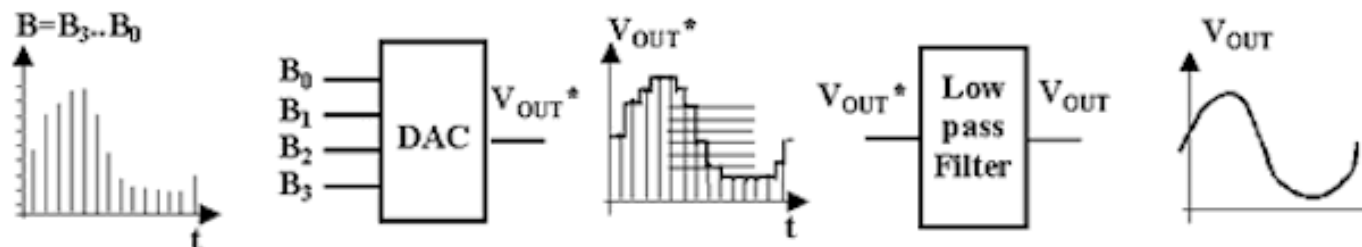


A/D ja D/A muunnos (selkeämmät kuvat)

Analog to Digital Converter converts an analog input to a digital output



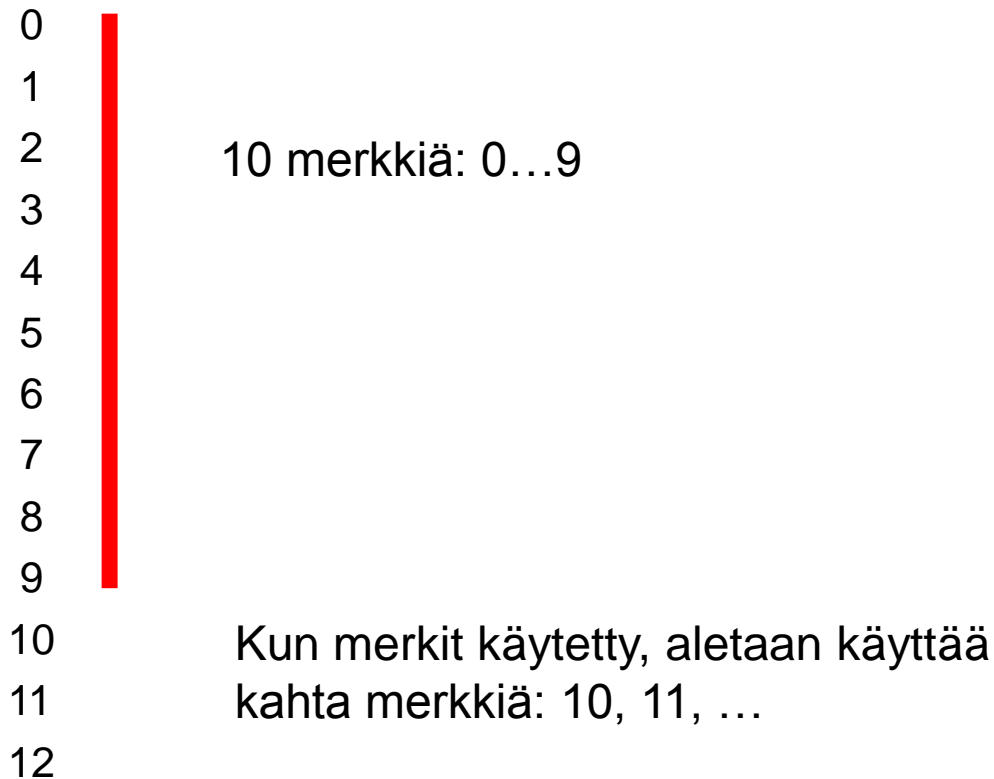
Digital to Analog Converter converts a digital signal to an analog output



Lukujärjestelmät

Lukujärjestelmät

- 10-järjestelmä: se, jota yleensä käytetään
- Kantaluku 10
- Tutkitaan hiukan rakennetta:



Lukujärjestelmät

- Kymmenjärjestelmä: kantaluku 10
- Numerot: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9
- Esitystapa: ... $a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$, $a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots$
- Tulkinta:

$$A = \sum_i a_i \cdot 10^i$$

Esimerkki:

724.5

$$= 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1}$$

Lukujärjestelmät

- Verrataan 10- ja 5-järjestelmiä:

0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	10
6	11
7	12
8	13
9	14
10	20
11	21
12	22



5 merkkiä: 0...4

Kun yksi merkki ei riitä, käytetään useampaa merkkiä: 10, 11, ...

← Huom!

Luvun muuntaminen kymmenjärjestelmään

$$X = x_0 \cdot B^0 + x_1 \cdot B^1 + x_2 \cdot B^2 + \dots$$

Esim.

a) 5-järjestelmän 14_5

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 \\ = & 1 \cdot 5 + 4 \cdot 1 \\ = & 9 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & 1 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 \\ = & 1 \cdot 5 + 4 \cdot 1 \\ = & 9 \end{aligned}} \right\} \text{Tämä on jo kokonaan} \\ & \text{kymmenjärjestelmää}$$

b) 6-järjestelmän 342_6

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6^1 + 2 \cdot 6^0 \\ = & 3 \cdot 36 + 4 \cdot 6 + 2 \cdot 1 \\ = & 134 \end{aligned}$$

Lukujärjestelmät

Digitaalitekniikassa tärkeitä lukujärjestelmiä:

- Kaksi- eli binäärijärjestelmä: numerot 0 ja 1
- Kahdeksan- eli oktaalijärjestelmä: numerot: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ja 7
- Kuusitoista- eli heksadesimaalijärjestelmä:
numerot: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E ja F
- Kantaluvun ilmaisu:
 - alaindeksi luvun perään, esim. 10101_2 tai $(175)_8$
 - kirjain luvun perään, esim. 10101B , 175O , 94D , F5DH
 - lukemattomia muita tapoja esim. ohjelmointikielissä

Lukujärjestelmät

- Miksi nämä järjestelmät?
 - Kaksijärjestelmän numerot 0 ja 1 vastaavat digitaalisen signaalin tiloja
 - 2-järjestelmän luvut ovat pitkiä, joten 8- ja 16-järjestelmän luvut ovat 2-järjestelmän lukuja havainnollisempia
 - Niitä käytetään suunnittelijan ja ohjelmoijan apuna
 - Muunnos 2-järjestelmän ja 8-järjestelmän välillä helppo, samoin 2-järjestelmän ja 16-järjestelmän
 - Kuitenkin: Kytkimet prosessoivat vain “ykkösiä” ja “nollia”
 - Täten on tärkeää osata muuntaa lukuja binäärijärjestelmän ja kymmenjärjestelmän välillä
-

Lukujärjestelmämuunnokset

- Muunnokset binääri \leftrightarrow oktaali ja binääri \leftrightarrow heksadesimaali
- Koska $8 = 2^3$ ja $16 = 2^4$, muunnokset ovat helppoja ja tehdään **bittejä ryhmittelemällä** ja muuntamalla kukin **ryhmä erikseen**

Esimerkki: Muunna binaariluku 1110111101010.11001 oktaali- ja heksadesimaaliluvuksi

Oktaaliluvuksi: 011 101 111 101 010.110 010

Lisätään nollat

3 5 7 5 2 . 6 2

Heksadesimaaliluvuksi: 0011 1011 1110 1010.1100 1000

Lisätään nollat

3 B E A . C 8

Oktaali ja heksadesimaaliesitykset ovat vain binäärilukuesityksen yksinkertaistuksia

Esimerkki luvuista eri järjestelmissä

Desimaali	Heksadesimaali	Oktaali	Binääri
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	5	101
6	6	6	110
7	7	7	111
8	8	10	1000
9	9	11	1001
10	A	12	1010
11	B	13	1011
12	C	14	1100
13	D	15	1101
14	E	16	1110
15	F	17	1111

Muunnos kymmenjärjestelmästä

- Muunnos kymmenjärjestelmästä muuhun järjestelmään
 - kokonaisosa erikseen
 - desimaaliosa erikseen
 - lopuksi tulokset yhdistetään
- Kokonaisosan muunnosalgoritmi
 - jaetaan muunnettavaa lukua jatkuvasti muun järjestelmän kantaluville
 - muunnostulos saadaan jakojäännöksistä
- Desimaaliosan muunnosalgoritmi
 - kerrotaan muunnettavaa lukua jatkuvasti muun järjestelmän kantaluville
 - muunnostulos saadaan kokonaisosista

Muunnos kymmenjärjestelmästä

Esimerkki: Muunna 999.578125_{10} kaksijärjestelmään

Kokonaisosa: $999 / 2 = 499$ jää 1 (LSB)
 $499 / 2 = 249$ jää 1
 $249 / 2 = 124$ jää 1
 $124 / 2 = 62$ jää 0
 $62 / 2 = 31$ jää 0
 $31 / 2 = 15$ jää 1
 $15 / 2 = 7$ jää 1
 $7 / 2 = 3$ jää 1
 $3 / 2 = 1$ jää 1
 $1 / 2 = 0$ jää 1 (MSB)

$$999_{10} = 1111100111_2$$



Luetaan tästä!

Muunnos kymmenjärjestelmästä

Esimerkki: Muunna 999.578125_{10} kaksijärjestelmään

Desimaaliosa :



Luetaan tästä,
0.xxxxxx

0.578125	x 2 = 0.15625	+ 1
0.15625	x 2 = 0.3125	+ 0
0.3125	x 2 = 0.625	+ 0
0.625	x 2 = 0.25	+ 1
0.25	x 2 = 0.5	+ 0
0.5	x 2 = 0.0	+ 1

Saadaan: $0.578125_{10} = 0.100101_2$

Yhdistetään: $999.578125_{10} = 1111100111.100101_2$

Muunnos kymmenjärjestelmästä

- Desimaaliosan muunnos ei välttämättä pääty
- Tarvittaessa pyöristetään kymmenjärjestelmän lukua vastaavaan tarkkuuteen: kolmea desimaalia vastaa kymmenen bittiä ($2^{10}=1024$)

Esimerkki: Muunna 0.3 kaksijärjestelmään

1 desimaali \rightarrow 4-bittiä ($2^3 = 8$ ei riitä, $2^4 = 16$)

$$0.3 \times 2 = 0.6 + 0$$

$$0.6 \times 2 = 0.2 + 1$$

$$0.2 \times 2 = 0.4 + 0$$

$$0.4 \times 2 = 0.8 + 0$$

$$0.8 \times 2 = 0.6 + 1$$

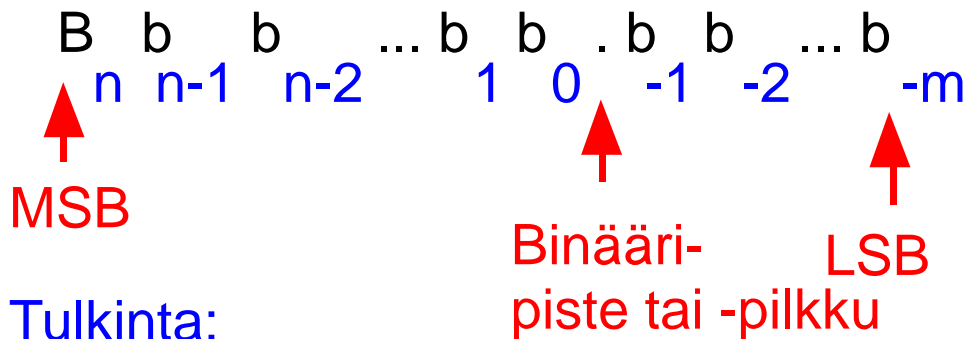
$$0.6 \times 2 = 0.2 + 1$$

Saadaan siis: $0.3_{10} = 0.0100_2$

Kaksi- eli binäärijärjestelmä

Kaksijärjestelmän numeroita nimitetään biteiksi

Merkintätapa kuten kymmenjärjestelmän luvuilla



$$B = \sum_{i=n}^{-m} b_i \cdot 2^i$$

Esimerkki:

$$101.1_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1}$$

Laskutoimitukset binääriluvuilla

- Esimerkkejä:

Yhteenlasku

$$\begin{array}{r} 1 \ 11 \\ 10110 \\ +10011 \\ \hline 101001 \end{array}$$

Vähennyslasku

$$\begin{array}{r} 11 \\ 10110 \\ -10011 \\ \hline 00011 \end{array}$$

Kertolasku

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 101 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 1011 \\ \hline 110111 \end{array}$$

Binääriluvut

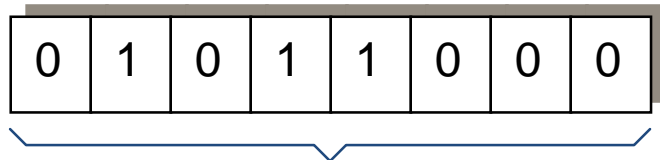
- Luvun esittämiseen on käytettävissä tietty **vakiomäärä** tai sen **monikerta** bittejä, esim. 8, 16 tai 32
- Bittimäärä = **sanapituus**
- **Bittijonon merkitys riippuu notaatiosta**
 - kokonaislukuja
 - kiinteän pilkun lukuja
 - liukuvan pilkun lukuja
 - jotain ihan muita bittijonoja
- Toisaalta ne voivat olla
 - aina positiivisia (etumerkittömiä, unsigned)
 - etumerkillä varustettuja

0	1	0	1	1	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Binääriluvut

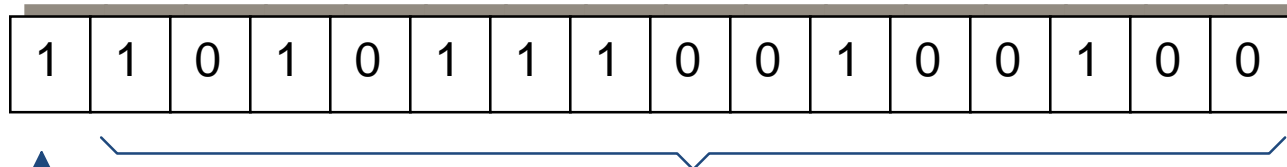
Esimerkkejä:

- 8-bittinen **etumerkitön kokonaisluku**



$$\text{Luku} = 1011000_2 = 88_{10}$$

- 16-bittinen **etumerkillä varustettu kokonaisluku**



Merkkibitti

Merkkibitti ilmoittaa luvun etumerkin, yleensä 0 = + ja 1 = -

$$\text{Luku} = -101011100100100_2 = -22308_{10}$$

Binääriluvut

Esimerkki:

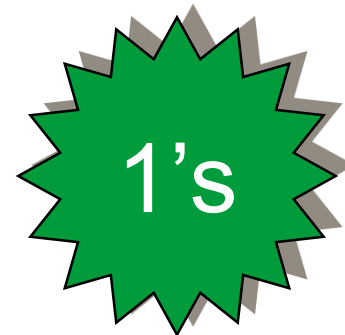
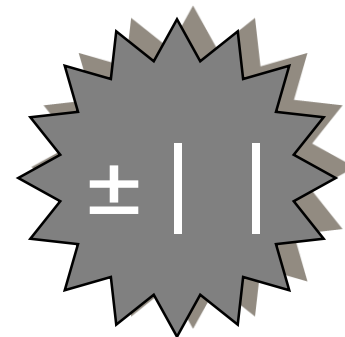
- 16-bittinen etumerkillä varustettu **kiinteään pilkun luku**



$$\text{Luku} = 1010111.0011_2 = 87.1875_{10}$$

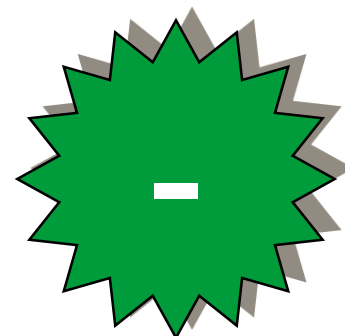
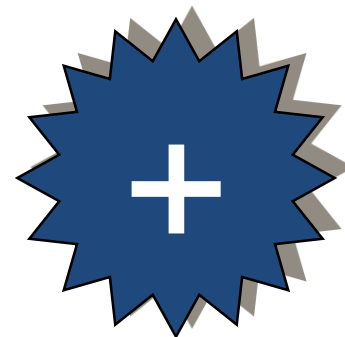
Etumerkilliset binääriluvut

- Etumerkki-itseisarvoesitys
 - tuttu 10-järjestelmästä
 - monimutkaiset yhteen- ja vähennyslaskualgoritmit
 - yksinkertainen kertolaskualgoritmi
- 1:n komplementtiesitys
 - melko harvinainen
 - suhteellisen yksinkertaiset yhteen- ja vähennyslaskualgoritmit
- 2:n komplementtiesitys
 - yleisin esitystapa digitaalilaitteissa
 - erittäin yksinkertaiset yhteen- ja vähennyslaskualgoritmit

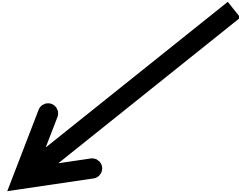


Etumerkilliset binääriluvut

- Positiivisten lukujen esitys
 - merkkibitti = 0
 - **samanlainen** etumerkki-itseisarvoesityksessä ja komplementtiesityksissä
 - suuruusosa ilmaisee luvun arvon
 - esityksen tulkinta kuten edellä olleissa esimerkeissä
- Negatiivisten lukujen esitys
 - merkkibitti = 1
 - muutoin **erilainen** eri esitystavoissa
 - etumerkki-itseisarvoesityksessä suuruusosa on luvun **itseisarvo**
 - komplementtiesityksissä suuruusosa on luvun **itseisarvon komplementti**



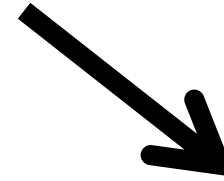
Komplementtimuotoinen esitystapa



Positiiviset luvut



suoraan luvun itseisarvo!



Negatiiviset luvut



**itseisarvon
komplementti**

Binäärilukujen esitys

Desimaali- luku	Etumerkki- itseisarvo	1:n komple- mentti	2:n komple- mentti
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000

Binäärilukujen esitys

Desimaali- luku	Etumerkki- itseisarvo	1:n komple- mentti	2:n komple- mentti
- 0	1000	1111	-
- 1	1001	1110	1111
- 2	1010	1101	1110
- 3	1011	1100	1101
- 4	1100	1011	1100
- 5	1101	1010	1011
- 6	1110	1001	1010
- 7	1111	1000	1001
- 8	-	-	1000

Binäärilukujen esitys

Desimaali- luku	Etumerkki- itseisarvo	1:n komple- mentti	2:n komple- mentti
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
- 0	1000	1111	-
- 1	1001	1110	1111
- 2	1010	1101	1110
- 3	1011	1100	1101
- 4	1100	1011	1100
- 5	1101	1010	1011
- 6	1110	1001	1010
- 7	1111	1000	1001
- 8	-	-	1000

Binäärilukujen yhden komplementti

- Olkoon positiivinen kokonaisluku B
- Lukujen esityspituus on n bittiä
- $-B$ **1:n komplementti** muodossa on

$$C_{1,n}(B) = 2^n - 1 - B$$

$$\text{Esim: } C_{1,15}(B) = 2^{15} - 1 - B$$

- Usko tai älä, mutta 1:n komplementti muodostetaan invertoimalla kaikki bitit.
- Jos B :ssä on vähemmän kuin n bittiä, **lisätään** alkuun **nollia ennen invertointia**.

Binäärilukujen yhden komplementti

Esim. 4-bitin esityksellä

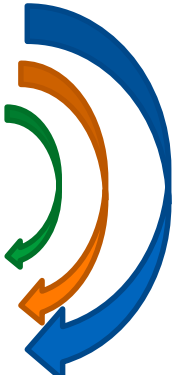
$$B_{10} = -5$$

$$\text{Abs}(B_2) = 0101$$

$$B_{2,1} = 1010$$

Binäärilukujen esitys

Desimaali- luku	Etumerkki- itseisarvo	1:n komple- mentti	2:n komple- mentti
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
- 0	1000	1111	-
- 1	1001	1110	1111
- 2	1010	1101	1110
- 3	1011	1100	1101
- 4	1100	1011	1100
- 5	1101	1010	1011
- 6	1110	1001	1010
- 7	1111	1000	1001
- 8	-	-	1000



Binäärilukujen kahden komplementti

- Olkoon positiivinen kokonaisluku B
- Lukujen esityspituus on n bittiä
- $-B$ **2:n komplementti** muodossa on

$$C_{2,n}(B) = 2^n - B$$

$$\text{Esim: } C_{2,8}(B) = 2^8 - B$$

- Ei niin helppoa asiaa, ettei sitä saisi kaavalla vaikeaksi
- Kahden komplementissa invertoidaan kaikki bitit ja lisätään yksi.
- Siis yhden komplementti, johon on lisätty yksi.

Binäärilukujen kahden komplementti

Esim. 4-bitin esityksellä

$$B_{10} = -5$$


$$\text{Abs}(B_2) = 0101$$

$$B_{2,1} = 1010$$

$$B_{2,2} = 1011$$

Binäärilukujen esitys

Desimaali- luku	Etumerkki- itseisarvo	1:n komple- mentti	2:n komple- mentti
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
- 0	1000	1111	-
- 1	1001	1110	1111
- 2	1010	1101	1110
- 3	1011	1100	1101
- 4	1100	1011	1100
- 5	1101	1010	1011
- 6	1110	1001	1010
- 7	1111	1000	1001
- 8	-	-	1000



Binäärilukujen esitys

Desimaali- luku	Etumerkki- itseisarvo	1:n komple- mentti	2:n komple- mentti
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
- 0	1000	1111	-
- 1	1001	1110	1111
- 2	1010	1101	1110
- 3	1011	1100	1101
- 4	1100	1011	1100
- 5	1101	1010	1011
- 6	1110	1001	1010
- 7	1111	1000	1001
- 8	-	-	1000

Miksi komplementtesitys?

- **Laskennan vuoksi!**
- **Komplementtesityksissä vähennyslasku on positiivisen ja negatiivisen luvun yhteenlasku.**
- **Helppo toteuttaa, sama logiikka toimii sekä yhteen että vähennyslaskussa.**

- **Kahden komplementissa vain yksi nolla!**
- **Numeron etumerkin vaihto summaimessa helppoa.**
 - **Vähennyslaskuyksikön vähennettävän sisääntulossa kaikki bitit käännetään, ja summaimen alimpaan muistinumerotuloon syötetään '1'.**

Komplementtimuotoisten binaarilukujen muuntaminen kymmenjärjestelmään

1. Muutetaan etumerkki-itseisarvoesitykseen
 2. Muunnetaan kymmenjärjestelmän luvuksi määritelmän mukaan summakaavalla, kuten edellä on esitetty
 3. Etumerkki määräytyy merkkibitin mukaan
- 2:n komplementtimuotoiselle luvulle on toinenkin tapa
 - käytetään suoraan etumerkki-itseisarvoesityksen summakaavaa, mutta otetaan merkkibitti mukaan **miinusmerkkisenä**

Komplementtimuotoisten binaarilukujen muuntaminen kymmenjärjestelmään

- Vaihtoehtoinen (mahdollisesti helpompi) laskutapa on lähteä liikkeelle 2:n komplementista
- Esim. $1101_{2,2}$ on kymmenjärjestelmässä

$$\begin{aligned}1101_{2,2} &= -2^{n-1} \cdot b(3) + 2^{n-2} \cdot b(2) + 2^{n-3} \cdot b(1) + 2^{n-4} \cdot b(0) \\ &= -8 + 4 + 0 + 1 \\ &= -3_{10}\end{aligned}$$

- Esim. $1101_{2,2}$ 1:n komplementti on

$$1101_{2,1} = 1101_{2,2} + 1 = -3 + 1 = -2_{10}$$

Komplementtimuotoisten binaarilukujen muuntaminen kymmenjärjestelmään

- Lasketaan vielä muutama esimerkki 4-bitin 2:n komplementti esityksellä

- $7-4 = 7 + (-4) = 3$

$$4-7 = 4 + (-7) = -3$$

1	1			
	0	1	1	1
	1	1	0	0
	0	0	1	1

	0	1	0	0
	1	0	0	1
	1	1	0	1



Ylimääräinen kantobitti jolla ei ole vaikutusta lopputulokseen kun lasketaan (+- tai -+), pitää ottaa huomioon kun (++ tai --)

Luennon oppimistavoite

- Ymmärtää, mihin digitaalista elektroniikkaa käytetään (0,5h)
- Tuntee 10, 2,8 ja 16 kantaisten lukujen esitysmuodot (0,5h)
- Tuntee kiinteän pilkun binaarilukujen esitysmuodot ja osaa tehdä muunnokset esitysmuotojen välillä (1h)
- Osaa tehdä laskutoimituksia binäärilukujen eri esitysmuodoilla. (1h)

Kuormitus: Luento+laskari+itseopiskelu=2+2+4=8h