Viikko 1 Elastisuusteoria ja lämpölaajeneminen

- Kurssijärjestelyt
- Newtonin lait, liikemäärä ja liike-energia
- Jousen venytys, jousivoima, työ ja potentiaalienergia
- Kiinteän kappaleen jousimalli ja Youngin kimmomoduli
- Jännitys-venymä-esimerkkejä
- Lämpölaajeneminen
- Lämmönjohtuminen

Newtonin lait

I laki: demo, liiketila säilyy

II laki: tuttu, demoja kohta. $F = ma = \dfrac{m\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$ } liikemäärän muutosnopeus.

liikemäärä $p = mv$, $\Delta p = m\Delta v$, $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

III laki: törmäys → liikemäärän säilyminen.

kokonaisl.m. $p_1 + p_2 \longrightarrow \begin{cases} \Delta p_1 = F \cdot \Delta t \\ \Delta p_2 = -F \cdot \Delta t \end{cases} \Rightarrow \Delta p_1 + \Delta p_2 = F\Delta t - F\Delta t = \underline{\underline{0}}.$

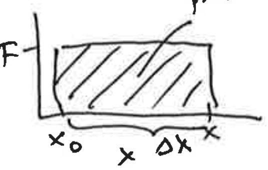
Jousen venytys

Hooken laki $F = -k\,x$

jousivakio (k); poikkeama tasapainotilasta (x).

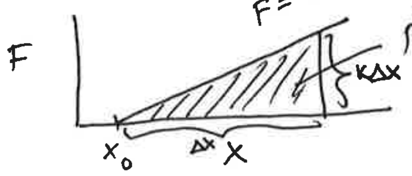
joudutaan tekemään työtä!

pinta-ala = työ W.



$W = F \cdot \Delta x$, mutta F riippuu venymästä!

⇒

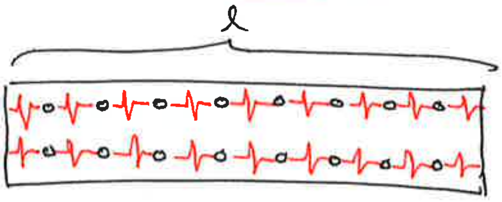


pinta-ala $W = \frac{1}{2}(k\Delta x)\cdot\Delta x = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$.

tehty työ muuttuu jousen potentiaalienergiaksi: päästä irti ja saat paljon liike-energiaa!

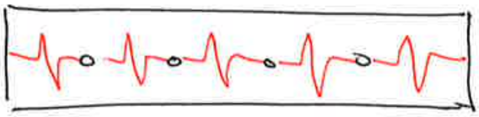
$U_s = \frac{1}{2}kx^2$.

Palkin jousimalli



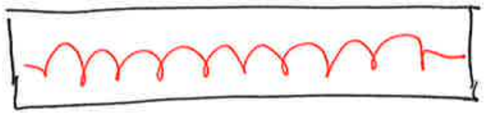
Kappale (palkki) koostuu monesta toisiinsa kytkeytyneistä molekyyleistä. Molekyylien välistä vuorovaikutusta voidaan kuvata yksinkertaisilla jousilla.

Jos yhden "alkeisjousen" jousivakio on k_0 niin

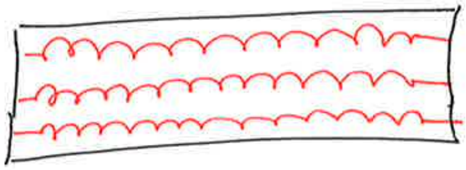


N peräkkäistä alkeisjousta k_0

vastaa

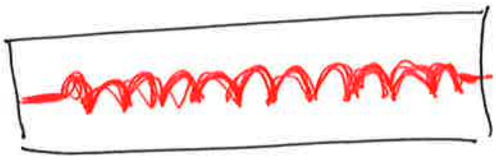


yhtä ekvivalenttia jousta, jonka jousivakio $k_1 = k_0/N$.



M rinnakkaista jousta k_1

vastaa



yhtä ekvivalenttia jousta

$$K = M \cdot k_1 .$$

⇒ Palkin "jousivakio"

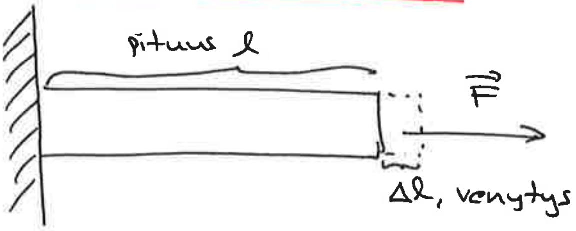
$$\boxed{K = E \cdot \frac{A}{l}}$$

poikkipinta-ala → verrannollinen jousten määrään rinnakkaisten M.

palkin pituus → verrannollinen peräkkäisten jousten määrään N.

jokin materiaalivakio (Youngin moduli)

Palkin venytys



venyttävä voima

Mallinnetaan elastisella venytyksellä

Hooken laki

$$\boxed{F = +k \cdot \Delta \ell}$$

venymä eli pituuden muutos

venyttävä voima

"jousivakio"

tarkastellaan vain suuruuksia
⇒ kaikki suureet nyt positiivisia.

jousimalli:

$$\boxed{k = E \cdot \frac{A}{\ell}}$$

poikkipinta-ala

palkin jousivakio

pituus

materiaalin ominainen kimmomoduli (Youngin moduli)

⇒

$$F = +E \cdot \frac{A}{\ell} \cdot \Delta \ell \quad \Big| : A$$

⇒

$$\underbrace{\frac{F}{A}}_{\substack{\text{jännitys} \\ =: \sigma}} = +E \cdot \underbrace{\frac{\Delta \ell}{\ell}}_{\substack{\text{suhteellinen venymä} \\ =: \varepsilon}}$$

⇒

$$\sigma = +E \cdot \varepsilon$$

Eli

$$\sigma = E\varepsilon$$

jännitys

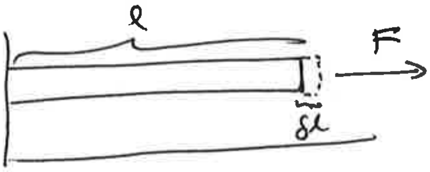
Youngin moduli

suhteellinen venymä

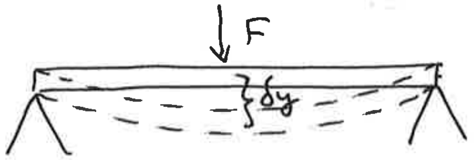
Keskeistä termistöä

Jännitys-venymä esimerkkejä (stress-strain)

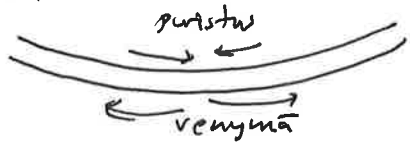
Oli jo palkin venytys



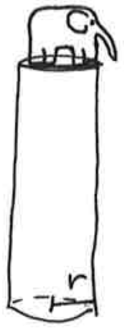
Laboroissa palkin taivutus



Taivutus venytyksen ja puristuksen yhdistelmä:



Puristus



betonipylväs, korkeus $10m = h$.

Mikä oltava säde r, jotta kantaa norsun?

- missä jännitys suurin?
  - pohjalla: kantaa pylvään sekä norsun painon.

$\Rightarrow$ voima $F = (m + M)g$

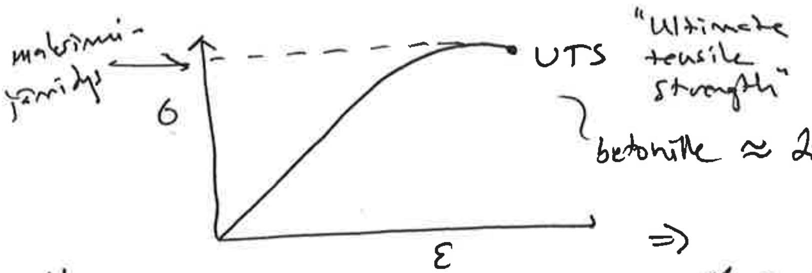
pylvään massa $m = \rho V = \rho \pi r^2 \cdot h$

norsun massa $M =$

$\Rightarrow$ jännitys $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{(\rho \pi r^2 \cdot h + M)g}{\pi r^2}$

$= \rho h g + \frac{Mg}{\pi r^2}$

Milloin murtuu?



betonille $\approx 20 MPa = \sigma_{crit}$

$M \approx 5000 kg$
$\rho \approx 3000 kg/m^3$
$g \approx 10 m/s^2$

$\Rightarrow \cancel{r_{crit} = \sqrt{\frac{\rho h g}{\sigma_{crit}} + \frac{Mg}{\pi \sigma_{crit}}}}$

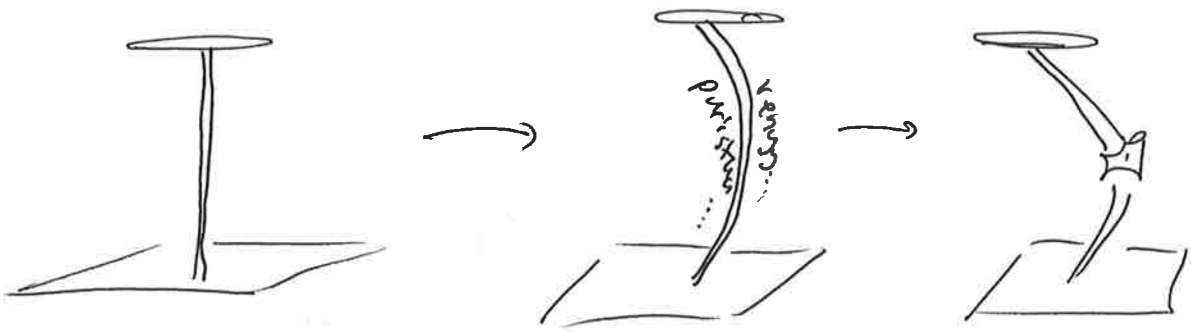
$$\frac{Mg}{\pi r_{crit}^2} = \sigma_{crit} - \rho h g$$

$$\Rightarrow r_{crit} = \sqrt{\frac{Mg}{\pi(\sigma - \rho h g)}} \approx \sqrt{\frac{5000 kg \cdot 10 m/s^2}{\pi (2 \cdot 10^7 Pa - 3 \cdot 10^5 Pa)}}$$

$\approx 3 \cdot 10^{-2} m = 3 cm$? huh!

$\cancel{\not\approx \sqrt{\frac{10 m/s^2 \cdot 10 m \cdot 3 \cdot 10^3 kg/m^3}{20 \cdot 10^6 Pa} + \frac{5000 kg \cdot 10 m/s^2}{\pi \cdot 20 \cdot 10^6 Pa}}}$

Käytännön tosielämässä 3cm pylväs ei toki riitä!



betonin venytyksen "UTS" vain kymmenesosa puristuksesta

Kappaleen muoto onkin monesti vähintään yhtä tärkeä kuin lujuus....

Siltademo.