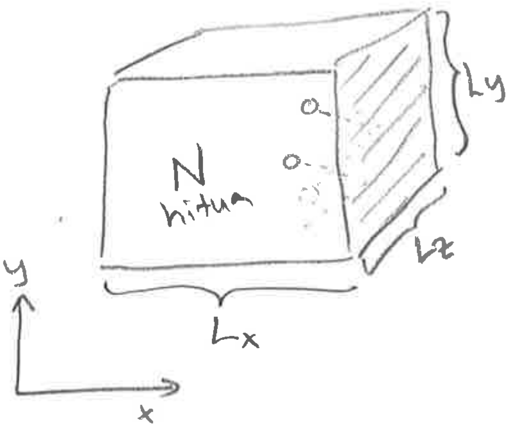
Paine (mikroskooppisesti)

Fluidin (neste/kaasu) atomit/molekyylit törmäilevät elastisesti seinämään.

Suunta vaihtuu → liikemäärä muuttuu

→ törmäykset aiheuttavat voiman seinään

→ Paine $P = F/A$.



Seinän pinta-ala $A = L_y \cdot L_z$

Laatikossa N hiukkasta.

Seinään kohdistuva voima kasvaa jos

- hitujen massa suuri
- hitujen nopeus suuri
- hitujen lukumäärä suuri
- laatikko pieni

Demo.....

$$F = \overbrace{2mv_x}^{\text{hidun liikemäärän muutos}} \times \underbrace{\left(\overset{\text{edestakainen matka}}{\frac{2L_x}{v_x}}\right)^{-1}}_{\text{aika joka hidulla menee mennä laatikko edestakaisin}} \times \overbrace{N}^{\text{hitujen lukumäärä}}$$

aika joka hidulla menee mennä laatikko edestakaisin eli kuinka usein hitu törmää tarkasteltavaan seinään

$$\text{"}F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \Delta p \cdot (\Delta t)^{-1}\text{"}$$

Eli $F = 2mv_x \cdot \frac{v_x}{2L_x} \cdot N = \underbrace{mv_x^2}_{2 \cdot \frac{1}{2}mv_x^2} \frac{N}{L_x}$

$$2 \cdot \frac{1}{2}mv_x^2 = \underbrace{2 \cdot \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{3}v^2\right)}_{\frac{2}{3}\frac{1}{2}mv^2}$$

$\frac{2}{3}\ \frac{1}{2}mv^2$ — kineettinen energia E_{kin}

Isotrooppinen eli suunnalla ei väliä:

$$v^2 = v_x^2 + \underbrace{v_y^2}_{=v_x^2} + \underbrace{v_z^2}_{=v_x^2}$$

$$= 3v_x^2$$

$$\Rightarrow \quad F = \frac{2}{3} E_{kin} \cdot \frac{N}{L_x}.$$

Ja siis paine

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{L_y L_z} = \frac{2}{3} E_{kin} \cdot \frac{N}{\underbrace{L_x L_y L_z}_{V}}$$

eli

$$P = \frac{2}{3} E_{kin} \cdot \frac{N}{V} \quad \Rightarrow \quad PV = \left(\frac{2}{3} E_{kin}\right) N$$

oltava samat

Vertaa ideaalikaasulakiin: $PV = nRT = N k_B T$, $n = \frac{N}{N_A}$, $R = k_B \cdot N_A$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{3} E_{kin} = k_B T$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_{kin} = \frac{3}{2} k_B T}$$

Lämpötilassa T olevien hitusten keskimääräinen liike-energia.

Ekvipartitioteoreema:

tasapainotilassa kaikkien suljetun systeemin vapausasteissa sitoutuneena sama määrä energiaa $\frac{1}{2} k_B T$

Pistemäinen atomi: 3 vapausastetta (x, y, z)

$\rightarrow \frac{3}{2} k_B T$ energia per atomi

Kaksiatominen molekyyli: (esim. O_2, H_2, N_2)

3 paikkavapausastetta (x, y, z)

2 kiertovapausastetta

$\Rightarrow \frac{5}{2} k_B T$ per molekyyli

(jos sallitaan myös värähtelyt +2 vapausastetta)

Lämpökapasiteetit

Kaasun energia sitoutuu siis sen hitujen vapausasteisiin. Jos haluamme nostaa lämpötilaa määrän ΔT tarvitsemme siis energiaa määrän!

(yksiatominen kaasu $d=3$, kaksiatominen kaasu $d=5$, jne...)

d vapausastetta, yhden hidun E

$$\Delta E = \underbrace{\frac{d}{2} k_B (T+\Delta T) \cdot N}_{\text{energia lopussa}} - \underbrace{\frac{d}{2} k_B T \cdot N}_{\text{energia alussa}}$$

N = hitujen lkm

$$= \frac{d}{2} \underbrace{k_B}_{= R/N_A} \Delta T \cdot \overbrace{N}^{= m \cdot N_A}$$

$$= \frac{d}{2} \cdot \frac{R}{\cancel{N_A}} \cdot \Delta T \cdot m \cdot \cancel{N_A}$$

$$\boxed{\Delta E = \frac{d}{2} R \cdot \overbrace{m}^{\text{ainemäärä mooleissa}} \cdot \underbrace{\Delta T}_{\text{lämpötilan muutos}}}$$

molaarinen ominaislämpökapasiteetti vakiotilavuudessa V

$$=: C_V = \frac{d}{2} R$$

Yllä oletettiin implisiittisesti, että tilavuus ei muutu.

Entä jos kaasu pääsee laajenemaan?

kansi joka voi liikkua. Pinta-ala A.

kaasun tilavuus kasvaa määrän $\Delta V = A \cdot \Delta h$.

laajentuessaan (hostaessaan kantta) kaasu tekee työn $W = -\underbrace{p \cdot A}_{\text{voima}} \cdot \underbrace{\Delta h}_{\text{matka}} = -p\Delta V$.

(where $A \cdot \Delta h = \Delta V$)

Kaasun lämmitys määrän ΔT vaatii nyt

siis lämpömäärän:

kaasun tilavuuden-muutoksen edellyttämä työ

$$\Delta E = \underbrace{\frac{d}{2} Rn\Delta T}_{\text{kaasun molekyylien energian lisäys}} + P\Delta V$$

Ideaalikaasulaista: $PV = nRT$

$$\Rightarrow \quad V = \underbrace{\frac{nR}{P}}_{\text{vakio, kun paine } P \text{ vakio}} \cdot T$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = \frac{nR}{P} \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow$$

$$\Delta E = \frac{d}{2} Rn\Delta T + \cancel{P}\frac{nR}{\cancel{P}}\Delta T$$

$$= \underbrace{\left(\frac{d}{2}+1\right)R}n\Delta T$$

$$\boxed{C_p = \left(\frac{d}{2}+1\right)R = C_v + R}$$

molaarinen lämpökapasiteetti vakiopaineessa.