Tilanmuuttujat

Olemme tavanneet jo aimo liudan termodynaamisia tilanmuuttujia, eli muuttujia joilla voidaan kuvata systeemin tilaa:

Paine P
Tilavuus V
Ainemäärä n
Lämpötila T
Entropia S
Gibbsin vapaa energia G
(Sisä)energia E
Entalpia H
Potentiaalienergia U

Mutta – ideaalikaasun kuvaamiseen riittää P, V, T
→ kaikki muut johdannaissuureita

– monimutkaisempiin (reaali)kaasuihin tarvitaan enemmän

Keskeisiä ideaalisia termodynaamisia prosesseja ovat

isobaarinen	prosessi	–	P = vakio
isoterminen	–"–	–	T = vakio
isokoorinen	–"–	–	V = vakio
reversiibeli	–"–	–	S = vakio

Kaksi keskeistä muuttujaa, jotka eivät ole tilanmuuttujia (eivät siis kuvaa systeemin tilaa, vaan sitä miten tilaan on päädytty) ovat lämpö Q ja työ W.

Systeemiin tuotu lämpö

systeemin tekemä työ

ei tilanmuuttujia

Mutta: systeemin energian muutos $\Delta E = Q - W$.

tilanmuuttuja

Eli: voimme saavuttaa tietyn systeemin tilan (tietty E) erilaisilla Q ja W yhdistelmillä.

Tarvitsemme vielä yhden keskeisen termodynaamisen prosessin:

$$\boxed{\text{adiabaattinen prosessi} - Q = \text{siirtynyt lämpö} = 0}$$

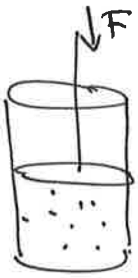
Eli adiabaattisessa prosessissa systeemiin tai systeemistä pois ei siirry lämpöä, eli $Q = 0$.

Kaksi keinoa luoda adiabaattinen prosessi:
- eristä (hidastaen lämmön siirtoa)
- nopea prosessi (jolloin lämpö ei ehdi siirtyä)

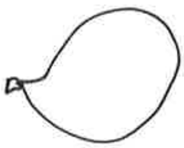
Millaisia prosesseja ovat seuraavat?

Eli mitkä tilanmuuttujat ~~paitsi lämpö tai työ~~ muuttuvat tai ovat suunnilleen vakioita? Siirtyykö lämpöä, tehdäänkö työtä?

Bensiinihöyry räjähtää sylinterissä

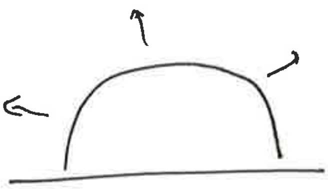


Kaasua puristetaan männällä



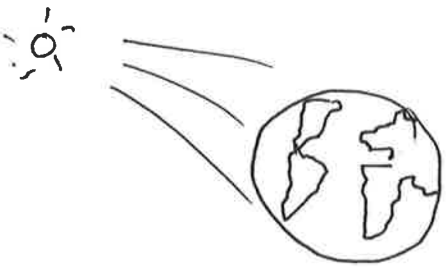
Puhalletaan ilmapalloa

Korkki lennähtää simapullosta



Pulla kohoaa uunissa

Pullataikina kohoaa pöydällä



Aurinko lämmittää maapalloa

Adiabaattinen laajeneminen / puristus

Ideaalikaasulle

$$PV = nRT \quad ; \quad E = n \cdot \underset{\substack{\text{molaarinen lämpökapasiteetti} \\ \text{vakiotilavuudessa}}}{C_v} \cdot T$$

$$\Rightarrow T = \frac{E}{nC_v}$$

$\Rightarrow$

$$PV = \cancel{n} R \cdot \frac{E}{\cancel{n} C_v} = \frac{R}{C_v} E .$$

Nyt laajentuessa/puristuessa P, V ja E muuttuvat. Emme voi siis vain ratkaista yhtä toisen funktiona. Tarvitsemme differentiaaleja

$$(P + dP)(V + dV) = \frac{R}{C_v}(E + dE)$$

pieniä muutoksia

Muutosten jälkeenkin on kyseessä ideaalikaasu, joten yhtälön muoto pysyy samana.

$\Rightarrow$

$$PV + PdV + VdP + \underbrace{\cancel{dP\,dV}}_{\substack{\text{pieni} \cdot \text{pieni} \\ = \text{häviävän} \\ \text{pieni}}}^{\,0} = \frac{R}{C_v} E + \frac{R}{C_v} dE$$

Uudelleen järjestellään hieman

$$\underbrace{PV - \frac{R}{C_v} E}_{\substack{\text{ideaalikaasulaki} \\ = 0}} + PdV + VdP = \frac{R}{C_v} dE$$

$$\Rightarrow PdV + VdP = \frac{R}{C_v} dE .$$
$$dE = dQ - dW, \quad dQ = 0, \quad dW = P \cdot dV$$

Energia muuttuu dE jos systeemi tekee työtä laajentuessa $dW = +P \cdot dV$ tai jos lämpöä siirtyy dQ. Mutta: $\boxed{\text{adiabaattinen prosessi} \Rightarrow dQ = 0}$

$$\Rightarrow P \cdot dV + V \cdot dP = -\frac{R}{C_v} P \cdot dV$$

$$\Rightarrow P\Big(\underbrace{1 + \frac{R}{C_v}}\Big) dV = -V \cdot dP$$

$$1 + \frac{R}{d/2\,R} = 1 + \frac{2}{d} = \text{adiabaattivakio } \gamma \text{ (edelliseltä viikolta)}$$

$$\Rightarrow \quad \gamma P\,dV = -V\cdot dP \qquad \Big|\, : PV$$

$$\Rightarrow \quad \gamma \frac{dV}{V} = -\frac{dP}{P} \qquad \Big|\ \text{integroidaan}$$

$$\Rightarrow \quad \int \gamma \frac{1}{V}\,dV = -\int \frac{dP}{P} + C \quad \leftarrow \text{jokin integroimisvakio}$$

$$\Rightarrow \quad \gamma \ln V = -\ln P + C$$

$$\Rightarrow \quad \ln V^{\gamma} + \ln P = C$$

$$\Rightarrow \quad \ln P\cdot V^{\gamma} = C$$

$$\Rightarrow \quad P\cdot V^{\gamma} = e^{C} = C' = \text{jokin vakio.}$$

Eli adiabaattiselle laajentumiselle/puristukselle

$$\underline{PV^{\gamma} = \text{vakio}} \quad ; \quad \gamma = 1 + 2/d.$$