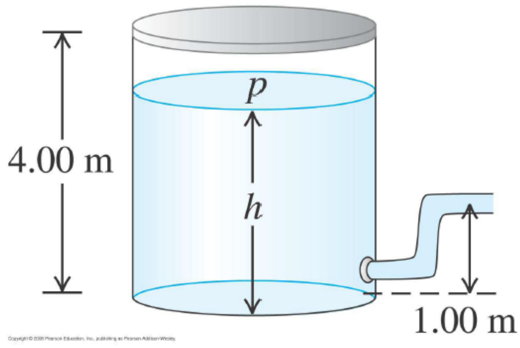
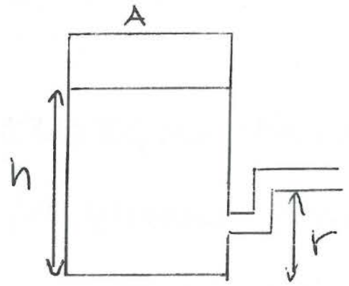
Ett rör är kopplat till en stor vattentank i nedastående figur. Tanken är sluten upptill och utrymmet mellan vattenytan och tankens lock innehåller luft. Då vattnet har höjden $h = 3{,}50$ m är trycket i luften $4{,}20 \cdot 10^5$ Pa. Anta att luften i tanken expanderar isotermiskt och att det atmosfäriska trycket har värdet $1{,}00 \cdot 10^5$ Pa. (a) Bestäm hastigheten för vattnet som strömmar ut ur röret då $h = 3{,}50$ m. Anta att vattentanken är stor och att vattenytan i tanken därför sjunker mycket långsamt. (b) Bestäm vattenhöjden i tanken då vattenflödet ut ur röret upphör.



2



$p_1 = 4{,}20 \cdot 10^5$ Pa $= p_0$

$p_2 = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa

$v_1 \approx 0$

1p

a) Bernoullis ekv. : $\boxed{p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_2^2 = p_1 - p_2 + \rho g (h - r) \Rightarrow$ 1p

$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_2) + 2g(h-r)} = 26{,}2$ m/s 1p

b) $v_2 = 0$ ½ $\Rightarrow$ $p_1 - p_2 = -\rho g (y_1 - y_2)$ (1) ½

$y_1 - y_2 = h' - r$

IDEALGASLAGEN ½ $pV = nRT$ ½ (T konstant)

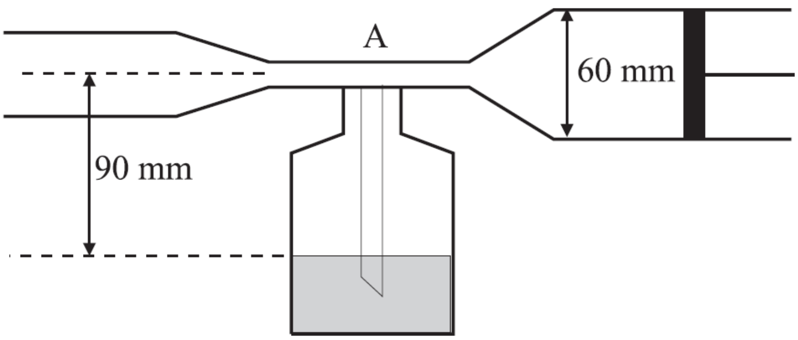
$p_1 V_1 = p_0 V_0 \Leftrightarrow p_1(4{,}00\,\text{m} - h')A = p_0(4{,}00\,\text{m} - h)A \Rightarrow$

$p_1 = p_0 \left\{\frac{4{,}00\,\text{m} - h}{4{,}00\,\text{m} - h'}\right\} \Rightarrow$ ins i (1)

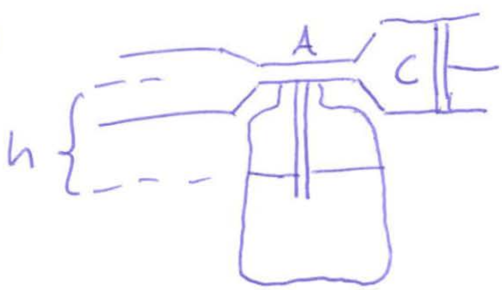
$p_0 \left\{\frac{0{,}50\,\text{m}}{4{,}00\,\text{m} - h'}\right\} - p_2 = \rho g (r - h') \Rightarrow$

$h' = (7{,}60 \pm 5{,}86)$ m $\Rightarrow$ $h' = 1{,}74$ m 1p

En spridare för insektgift (se nedanstående figur) har en pump vars diameter är 60 mm. Nivån av insektgift i behållaren är 90 mm under införingsröret i punkten A. Röret har en diameter på 2 mm i A. Uppskatta minimifarten med vilken kolven ska tryckas in för att luftflödet i slutet ska innehålla insektgift. Anta att insektgiftet har samma densitet som vatten, luftens densitet är 1,29 kg/m^3 och att luftflödet är okomprimerbart.



1



$$P_C = P_A + \rho_v g h$$

$$P_A + \frac{1}{2}\rho_\ell v_A^2 = P_C + \frac{1}{2}\rho_\ell v_C^2$$

$$v_A A_A = v_C A_C$$

$$A_A = \frac{\pi d_A^2}{4} \; ; \; A_C = \frac{\pi d_c^2}{4}$$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{2\rho_v g h}{\rho_\ell\left(\frac{d_c^4}{d_A^2} - 1\right)}}$$

$$= 41 \text{ mm/s}$$

En 1,300 m lång stång består av en 0,800 m lång aluminiumstång ihopfogad med en 0,500 m lång mässingstång. Aluminiumändan hålls vid 150 °C och mässingsändan vid 20,0 °C. Ingen värme försvinner genom stångens sidor. Vad är temperaturen i gränsskiktet mellan aluminium och mässing, då värmetransporten genom stången är konstant?

En $L_1 = 0.800$m lång aluminiumstång är ihopfogad med en $L_2 = 0.500$m lång mässingstång.

Aluminiumänden hålls vid temperaturen $t_1 = 150°C$ och mässingänden vid $t_2 = 20.0°C$.

Stångens sidor är värmeisolerade. Värmetransporten är konstant. Vad är temperaturen i gränsskiktet?

Värmetransporten är lika överallt i stången, då ingen värme försvinner från sidorna.

Värmeflödet $H = k_1 A \frac{t_1 - t_3}{L_1} = k_2 A \frac{t_3 - t_2}{L_2}$,

där $k_1 = 205.0 W/(m \cdot K)$ är värmeledningskoefficienten för Al och $k_2 = 109.0 W/(m \cdot K)$ är dito för mässing.

t_3 är temperaturen i gränsskiktet och A är skärningsarean för stängerna.

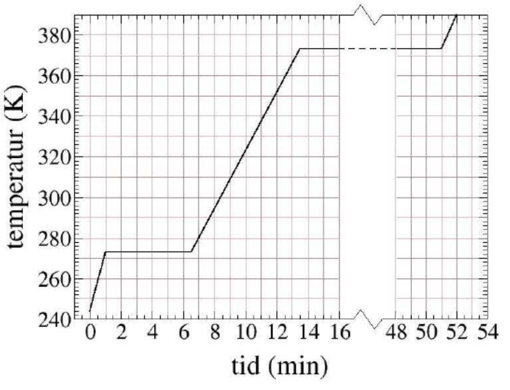
$$\frac{k_1 t_1 - k_1 t_3}{L_1} = \frac{k_2 t_3 - k_2 t_2}{L_2}$$

$$t_3 = \frac{k_1 L_2 t_1 + k_2 L_1 t_2}{k_1 L_2 + k_2 L_1} = 90.2°C$$

En isbit, vars massa är 0,100 kg och temperatur 244 K, börjar uppvärmas i ett värmeisolerat kärl vid tidpunkten $t = 0$ min med en konstant effekt på 100,0 W. Systemets temperatur som funktion av tiden är avbildad i figur 2.

(a) Redogör för vad som sker under grafens olika tidsperioder.

(b) Bestäm med hjälp av grafen vattnets specifika smältvärme och specifika värmekapacitet.



a) (**max 3p**) Kuvaajan eri vaiheet:

0 ... 1,0 min	jää lämpenee	(244 K → 273 K)	(++)
1,0 ... 6,5 min	jää sulaa	(lämpötilassa 273 K)	(++)
6,5 ... 13,5 min	vesi lämpenee	(273 K → 373 K)	(++)
13,5 ... 51,0 min	vesi höyrystyy	(lämpötilassa 373 K)	(++)
51,0 ... min	höyry lämpenee	(373 K →)	(+)

b) (**max 3p**) Veden ominaissulamislämpö L_s saadaan sulatukseen käytetyn lämpömäärän Q ja lämmitystehon P avulla

$$Q = L_s m = P\Delta t \quad \Rightarrow \quad \underbrace{L_s = \frac{P\Delta t}{m}}_{(++)}$$

Kuvasta saadaan $\Delta t = (6{,}5 - 1{,}0)$ min $= 5{,}5$ min $= 330$ s (+), jolloin veden ominaissulamislämpö

$$L_s = \frac{100{,}0\,\mathrm{J/s} \cdot 330\,\mathrm{s}}{0{,}100\,\mathrm{kg}} = 330\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \qquad (+)$$

Virherajat 300 – 360 kJ/kg.

Veden ominaislämpökapasiteetti c_v saadaan lämmitykseen käytetyn lämpömäärän Q ja lämmitystehon P avulla

$$Q = c_v m \Delta T = P\Delta t \quad \Rightarrow \quad \underbrace{c_v = \frac{P}{m(\Delta T/\Delta t)}}_{(++)},$$

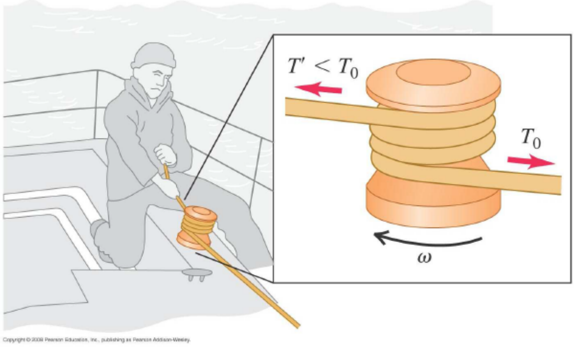
jossa tarvitaan kuvaajan $T(t)$ fysikaalinen kulmakerroin dT/dt, joka saadaan määrättyä kuvaajasta. Kuvaajasta lämpötilan muutos $\Delta T = 373\,\mathrm{K} - 273\,\mathrm{K} = 100\,\mathrm{K}$ (+) ja vastaava ajanjakso $\Delta t = (13{,}5 - 6{,}5) \cdot 60\,\mathrm{s} = 420\,\mathrm{s}$ (+), jolloin

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{100\,\mathrm{K}}{420\,\mathrm{s}} = 0{,}238\,\mathrm{K/s}.$$

Tällöin veden ominaislämpökapasiteetti on

$$c_v = \frac{100{,}0\,\mathrm{J/s}}{0{,}100\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}238\,\mathrm{K/s}} = 4{,}2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg \cdot K}} \qquad (+)$$

På bilden nedan ses en vinsch, som används för att förstärka spänningen i ett fall eller skot på en segelbåt. Spänningsökningen alstras av friktionen, vilket i sin tur medför att vinschen genererar värme. (a) Bestäm takten med vilken termisk energi genereras i vinschen då spänningskillnaden mellan repets två ändor är 520,0 N, vinschens diameter är 10,0 cm och vinschen roterar ett varv på 0,900 s. (b) Bestäm takten med vilken vinschens temperatur ökar om den är gjord av järn och har massan 6,00 kg. Värmekapaciteten för järn är 470 J/kg K.



a) $P = \tau \omega = F_{TOT} \, r \, \frac{2\pi}{T} = 182 \text{ W}$

b) $\frac{\Delta T}{t} = \frac{Q/t}{mc} = \frac{P}{mc} = 0{,}064 \ ^\circ\text{C/s}$

En cylinder innehåller 2,54 mol O_2, trycket i cylindern är 113 kPa och temperaturen 325 K. Gasen komprimeras isotermiskt till hälften av sin ursprungliga volym. Den rörliga kolven som komprimerar gasen är inte helt tät och 0,26 mol av gasen rymmer ut. Bestäm det slutliga trycket i cylindern. Kan denna process beskrivas i ett pV-diagram?

NEJ $\quad V_i = \frac{n_i RT}{p_i}$; $V_f = \frac{n_f RT}{P_f} = \frac{V_i}{2} \Rightarrow$

$P_f = 203$ kPa

Vi har två lika stora behållare, A och B. Båda behållarna innehåller en gas som uppför sig som en idealgas. Tryckgivare i de båda behållarna berättar för oss att trycket i A är 0,200 atm och trycket i B är 0,040 atm. Inget mera är känt om gaserna. Vilka av följande påståenden måste vara sanna? Vilka av följande påståenden kunde vara sanna? Motivera.

(a) Temperaturen i A är högre än i B.

(b) Det finns mera molekyler i A än i B.

(c) Molekylerna i A rör sig fortare än molekylerna i B.

(d) Molekylerna i A har större massa än molekylerna i B.

(e) Medelvärdet för molekylernas kinetiska energi är större i A än i B.

$p_A = 0.200$ atm

$p_B = 0.040$ atm

Idealgas. $V_A = V_B$.

$$\frac{n_A}{n_B} = \frac{\frac{p_A V}{R T_A}}{\frac{p_B V}{R T_B}} = 5.0 \frac{T_B}{T_A}.$$

$$K = \frac{3}{2} n R T \quad , K = \frac{m v^2}{2}$$

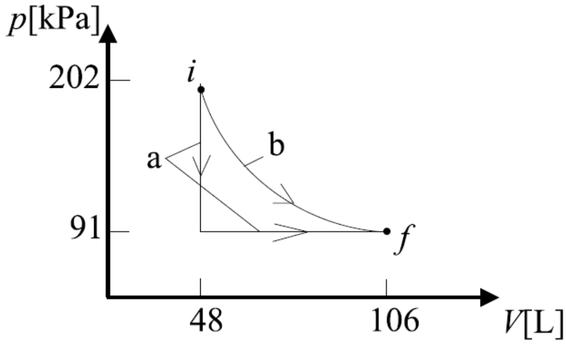
$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{M_B}{M_A} \frac{T_A}{T_B}}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = 5.0 \frac{m_B}{m_A}$$

$$\frac{m_A}{m_B} = 5.0 \frac{M_A}{M_B} \frac{T_B}{T_A}$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{p_A}{p_B} = \underline{5.0}.$$

Ett prov som innehåller heliumgas förs från tillstånd i till tillstånd f i två skilda processer a och b (se vidstående figur). Process b är isotermisk. Bestäm arbetet som gasen utför i de två processerna.



2.

Helium är en idealgas i RT.

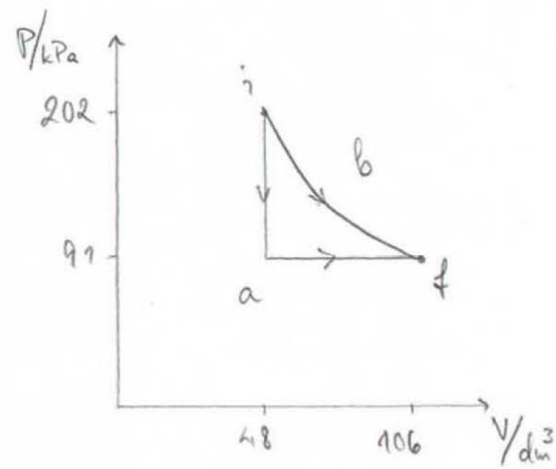
Process a:

Isokorisk del:

$W = 0$,

Isobarisk del:

$W = \int p\,dV = p(106-48)\,dm^3 = 5.3\,kJ$.



Process b:

Processen är isotermisk

$p = \frac{nRT}{V} = \frac{p_i V_i}{V}$ längs isotermen $p_i = 202\,kPa$, $V_i = 48\,dm^3$.

$$W = \int_{V_i}^{V_f} \frac{p_i V_i}{V}\,dV = p_i V_i \ln\frac{V_f}{V_i} = 7.7\,kJ.$$

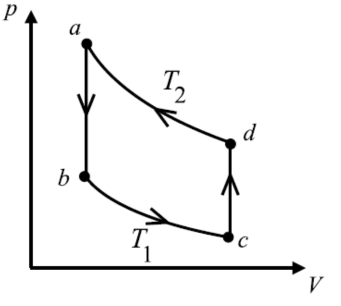
(alt: $V_f = 106\,dm^3$, $p_f = 91\,kPa$, $p = \frac{p_f V_f}{V}$ $\Rightarrow$ $W = 7.6\,kJ$)

Vidstående pV-diagram visar den termodynamiska Stirling processen för en idealgas. Processen består av två isotermiska och två isokoriska steg. Svara motiverat på

(a) behövs det arbete för att upprätthålla processen eller får man arbete från processen,

(b) när har gasens inre energi sitt största värde,

(c) under vilka steg tar gasen emot värme och när avger den värme?



a) BEHÖVS ARBET $(W < 0)$

b) $d \to a$

c) $a \to b$: $Q = C_V \Delta T < 0$

$b \to c$: $Q = W \ (\Delta U = 0) > 0$

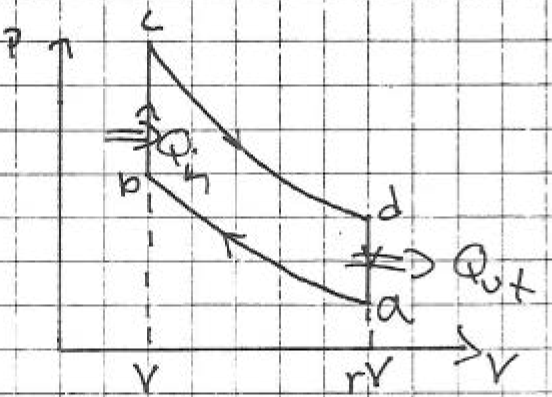
$c \to d$: $Q = C_V \Delta T > 0$

$d \to a$: $Q = W < 0$

Den ideala Ottoprocessen består av en adiabatisk kompression ($a \rightarrow b$), en isokorisk förbränning ($b \rightarrow c$), en adiabatisk expansion av gasen ($c \rightarrow d$) och av en isokorisk avkylning ($d \rightarrow a$).
(a) Rita processen i ett pV-diagram och indikera i diagrammet i vilka steg av den cykliska processen som maskinen tar emot värme och i vilka den avger värme.
(b) Härled ett uttryck för verkningsgraden för processen och bestäm verkningsgraden då förhållandet mellan värmekapaciteterna $\gamma = 1{,}4$ och kompressionförhållandet $V_a/V_b = 7{,}6$. Anta att substansen i processen uppför sig som en idealgas.

4)

a)



b) $Q_{in} = nC_V(T_c - T_b) > 0$

$Q_{ut} = nC_V(T_a - T_d) < 0$

$$\eta = \frac{W_{tot}}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - |Q_{ut}|}{Q_{in}} = 1 + \frac{T_a - T_d}{T_c - T_b}$$

ADIABATISK PROC. FÖR IDEALGAS: $TV^{\gamma-1}$ = KONSTANT

$a \rightarrow b$: $T_a(rV)^{\gamma-1} = T_b V^{\gamma-1}$; $c \rightarrow d$: $T_d(rV)^{\gamma-1} = T_c V^{\gamma-1}$

$T_a r^{\gamma-1} = T_b$; $T_d r^{\gamma-1} = T_c$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{T_a - T_d}{T_d r^{\gamma-1} - T_a r^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{7{,}6^{0{,}4}} \cong 0{,}56$$

Ett silverstycke ($m_{\text{Ag}} = 250{,}0$ g, $c_{\text{Ag}} = 0{,}234$ kJ/(kg·K)), vars temperatur är 95,0 °C, placeras i en kalorimeter av aluminium ($m_{\text{Al}} = 550{,}0$ g, $c_{\text{Al}} = 0{,}910$ kJ/(kg·K)) i vilken det finns vatten ($m_{\text{v}} = 220{,}0$ g, $c_{\text{v}} = 4{,}19$ kJ/(kg·K)). Temperaturen för både kalorimetern och vattnet är 18,0 °C.

(a) Bestäm temperaturen för det isolerade systemet, kalorimetern och silverstycket, efter att termisk jämvikt har uppnåts.

(b) Bestäm förändringen i entropi för silvret, aluminiumet, vattnet och hela systemet.

5) ENERGIN BEVARAS ⇒

(a) |AVGIVEN VÄRME| = |MOTTAGEN VÄRME|

$$Q_{\text{AVGIVEN}} = c_{Ag} m_{Ag} (T_f - T_{Ag})$$

$$Q_{\text{MOTTAGEN}} = c_{Al} m_{Al} (T_f - T_{Al}) + c_v m_v (T_f - T_v)$$
$$= (c_{Al} m_{Al} + c_v m_v)(T_f - T_{Al}) \qquad (T_v = T_{Al})$$

$$Q_{\text{AVGIVEN}} = -Q_{\text{MOTTAGEN}} \Rightarrow$$

$$T_f = \frac{c_{Ag} m_{Ag} T_{Ag} + (c_{Al} m_{Al} + c_v m_v) T_{Al}}{c_{Al} m_{Al} + c_v m_v + c_{Ag} m_{Ag}} \approx 294 \text{ K}$$

$$T_{Al} = T_v = 291{,}15 \text{ K} \ ; \ T_{Ag} = 368{,}15 \text{ K}$$

b) $$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} c_p m \frac{dT}{T} = c_p m \ln \frac{T_2}{T_1}$$

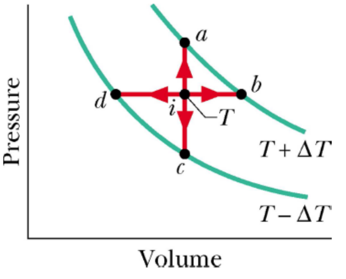
$$\Delta S_{Ag} = c_{Ag} m_{Ag} \ln \frac{T_f}{T_{Ag}} = -13{,}1 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{Al} = c_{Al} m_{Al} \ln \frac{T_f}{T_{Al}} = 5{,}1 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_v = c_v m_v \ln \frac{T_f}{T_v} = 9{,}5 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{SYSTEM}} = \Delta S_{Ag} + \Delta S_{Al} + \Delta S_v = 1{,}5 \text{ J/K}$$

I nedanstående pV-diagram befinner sig en idealgas i tillståndet i, med temperaturen T. Gasens förs reversibelt i tur och ordning från tillståndet i till ett av tillstånden a, b, c och d efter de respektive processkurvorna. Ordna processerna $i \to a$, $i \to b$, $i \to c$ och $i \to d$ i ordningsföljd efter hur stor entropiförändringen är i processen. Kom ihåg att också beakta entropiförändringens tecken. Motivera kort ditt svar.



1

$$\left.\begin{matrix} i \to a \\ i \to c \end{matrix}\right\} \text{ isokorisk} \Rightarrow$$

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_i^f C_V \frac{dT}{T} = C_V \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\left.\begin{matrix} i \to b \\ i \to d \end{matrix}\right\} \text{ isobarisk} \Rightarrow$$

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_i^f \frac{dQ}{T} = C_p \int_i^f \frac{dT}{T} = C_p \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\Delta S_{ia} = C_V \ln \frac{T + \Delta T}{T} > 0$$

$$\Delta S_{ib} = C_p \ln \frac{T + \Delta T}{T} > 0 \qquad C_p > C_V$$

$$\Delta S_{ic} = C_V \ln \frac{T - \Delta T}{T} < 0$$

$$\Delta S_{id} = C_p \ln \frac{T - \Delta T}{T} < 0$$

$$\Rightarrow \Delta S_{ib} > \Delta S_{ia} > \Delta S_{ic} > \Delta S_{id}$$

Ett kylskåp fungerar enligt nedanstående PV-diagram. Kompressions ($d \to a$) och expansionssteget ($b \to c$) är adiabatiska. Temperaturen, trycket och volymen för kylsubstansen i de olika punkterna i PV-diagrammet ges i tabellen. (a) Hur mycket värme tas från kylskåpet under varje cykel, då kylsubstansen förångas? (b) Hur mycket värme avges till luften utanför kylskåpet under varje cykel, då kylsubstansen är i kompressorn? (c) Hur mycket arbete utförs av motorn som opererar kompressorn under varje cykel? (d) Bestäm kylskåpets effektivitetsfaktor (köldfaktorn)

Process	T (° C)	P (kPa)	V (m^3)	U (kJ)	Andel vätska
a	80	2305	0,0682	1969	0
b	80	2305	0,00946	1171	100
c	5	363	0,2202	1005	54
d	5	363	0,4513	1657	5

a Då $c \to d$ är $\Delta U_{\text{kyl}} = (1657 - 1005)\text{kJ}$ enligt den givna tabellen och $W_{\text{kyl}} = \int_c^d dV p$, varför

$$Q_{\text{kyl}} = \Delta U_{\text{kyl}} + W_{\text{kyl}} = 736\text{kJ}. \tag{10}$$

Värmet i systemet, kylsubstansen, ökar, och detta tas från kylskåpet.

b Då $a \to b$ är $\Delta U_{\text{omg}} = (1171 - 1969)\text{kJ}$ enligt samma tabell och $W_{\text{omg}} = \int_a^b dV p$, varför

$$Q_{\text{omg}} = \Delta U_{\text{omg}} + W_{\text{omg}} = -933\text{kJ}. \tag{11}$$

Värmet i systemet minskar, och detta avges till omgivningen utanför kylskåpet.

c Cykeln *abcd* är sluten, varför $\Delta U = 0$. Sålunda är $Q - W_{\text{tot}} = 0$ och

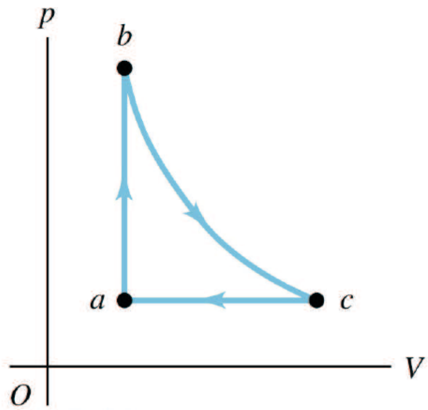
$$W_{\text{tot}} = (736 - 933)\text{kJ} = -197\text{kJ}. \tag{12}$$

Detta är arbete som *tillförs* systemet från kompressormotorn. Kompressorn utför sålunda arbetet $W = 197\text{kJ}$.

d Kylskåpets köldfaktor är

$$\eta = \frac{Q_{\text{kyl}}}{|W_{\text{tot}}|} = \frac{737}{197} = 3.74. \tag{13}$$

Betrakta följande kretsprocess: Processen $a \rightarrow b$ är isokorisk, $b \rightarrow c$ är adiabatisk och $c \rightarrow$ a är isobarisk. Anta att $V_a = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3, $V_c = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m^3 och $p_a = 1{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Beräkna verkningsgraden för processen då substansen är 1 mol av en enatomig idealgas.



1

$$p_b = p_a \left(\frac{V_c}{V_a}\right)^{\gamma} \qquad \gamma = \frac{5}{3}$$

$$pV = nRT$$

$$Q_{in} = Q_{ab} = C_V(T_b - T_a) = 326{,}2 \text{ J}$$

$$Q_{ut} = Q_{ca} = C_p(T_a - T_c) = -250 \text{ J}$$

$$\eta = 1 - \left|\frac{Q_{ut}}{Q_{in}}\right| = 0{,}23$$