



Aalto-yliopisto

## Matriisilaskenta (TFM)

### Laskuharjoitus 3 / vko 46

Harjoitustilaisuuksissa voi käsitellä tarvittaessa myös STACK-tehtäviä.

#### Loppuviikko: $LU$ -hajotelma

**Johdantotehtävä 1:** Ratkaise alakolmiosysteemi  $Lc = b$  ja sen jälkeen  $Ux = c$ . Mikä on  $A$  tehtävässä  $Ax = b$ ?

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

**Johdantotehtävä 2:** Tridiagonaalimatriisit ovat tärkeä erityistapaus. Laske hajotelmat  $A = LU$  ja symmetrinen hajotelma  $A = LDL^T$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ a & a+b & b \\ 0 & b & b+c \end{pmatrix}.$$

**Vertaisarviointi 3:** Millä seitsemää parametria koskevilla ehdoilla matriisilla  $A$  on neljä nollasta eroavaa tukialkiota?

$$A = \begin{pmatrix} a & r & r & r \\ a & b & s & s \\ a & b & c & t \\ a & b & c & d \end{pmatrix}.$$

**Vertaisarviointi 4:** Muodosta tridiagonaalimatriisin  $A$   $LU$ -hajotelma.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Loppuviikko: Yleinen yhtälöryhmä****Johdantotehtävä 5:** Ratkaise Gaussin algoritmilla yhtälöryhmä  $Ax = b$ , kun

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 8 & 12 & 8 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

**Johdantotehtävä 6:** (jatkuu)

$$\text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

**Vertaisarviointi 7:** Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & \alpha \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 8 \\ \beta \end{pmatrix}.$$

Tutki yhtälöryhmän  $Ax = b$  ratkaisujen lukumäärää lukujen  $\alpha, \beta$  eri arvoilla.**Vertaisarviointi 8:** Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Osoita, että yhtälöryhmällä  $Ax = b$  ei ole ratkaisua. Tietystä mielessä (pienimmän neliösumman mielessä) mahdollisimman hyvä ratkaisu (joka ei kuitenkaan — tietenkään — toteuta yhtälöryhmää) saadaan ratkaisemalla matriisiyhtälö  $A^T Ax = A^T b$ . Muodosta tämä yhtälöryhmä ja ratkaise se. Piirrä ryhmän yhtälöiden kuvaajat sekä saatu pienimmän neliösumman periaatteen mukainen ratkaisu tasoon  $\mathbb{R}^2$ .

---

**Verkkotehtävät 1:** Verkkotehtävien palautus päättyy viikon 47 tiistaina klo 16.