



Aalto-yliopisto

Matriisilaskenta (TFM)

Laskuharjoitus 5 / vko 48

Loppuviikko: Suorat, tasot, skalaarikolmitulo

Johdantotehtävä 1: Osoita, että yhtälöt

$$\begin{cases} x = 3 + 2\tau \\ y = -1 - 3\tau \end{cases} \quad \text{ja} \quad \begin{cases} x = -1 - 6\tau \\ y = 5 + 9\tau \end{cases}$$

esittävät samaa tason suoraa.

Johdantotehtävä 2: Taso kulkee pisteiden $(0, 2, 1)$ ja $(-3, 4, 1)$ kautta sekä on vektorin $2\mathbf{i} - \mathbf{k}$ suuntainen. Määritä tason yhtälö parametrimuodossa.

Vertaisarviointi 3: Määritä pisteen $(3, 2, -4)$ symmetrinen piste tason $x + y - 2z + 5 = 0$ suhteen.

Vertaisarviointi 4: Tetraedrin kärjet ovat $(-1, -2, 4)$, $(5, -1, 0)$, $(2, -3, 6)$, $(1, -1, 1)$. Laske tetraedrin tilavuus. (Vastaus: $\frac{1}{6}$.)

Loppuviikko: Ominaisarvot ja -vektorit

Johdantotehtävä 5: Olkoon λ matriisin A ominaisarvo ja olkoon $x \neq 0$ vastaava ominaisvektori. Osoita, että matriisilla A^p on ominaisarvona λ^p ja vastaava ominaisvektori on x ($p \in \mathbb{N}$).

Johdantotehtävä 6: Osoita muodostamatta polynomiyhtälöä ominaisarvoille, että matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

ominaisvektorit ovat $x_1 = (1 \ 2)^T$ ja $x_2 = (-2 \ 1)^T$. Mitkä ovat vastaavat ominaisarvot?

Vertaisarviointi 7: Laske matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja -vektorit. Voidaanko ominaisvektorit valita ortonormeeratuiksi?

Vertaisarviointi 8: Olkoon λ matriisin

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 & \beta \\ 4 & \alpha & \beta & 2 \\ 4 & \beta & \alpha & 2 \\ \beta & 3 & 3 & \alpha \end{pmatrix}$$

ominaisarvo. Millä lukuja α, β, λ koskevalla ehdolla matriisilla on ominaisvektorina $(0 \ 1 \ -1 \ 0)^T$?

Verkkotehtävät 1: Verkkotehtävien palautus päättyy viikon 49 tiistaina klo 16.