Mallivastaukset 14.12. kokeeseen

Monivalintatehtävät: 1b 2e 3c 4e 5d 6c 7b 8d 9c.

I (a) **Sekastrategia**a käyttävä pelaaja valitsee eri toimenpidevaihtoehtojen väliltä satunnaisesti, käyttäen etukäteen määriteltyjä todennäköisyyksiä.

(b) **Englantilaisessa huutokaupassa** hinta nousee huutajien tekemien korotusten mukaan. Viimeisen eli korkeimman tarjouksen tehnyt saa kohteen ja maksaa oman tarjouksensa verran.

(c) Strateginen valintatilanne on **Nash-tasapaino**ssa, jos yhdenkään osallistujan ei ainoana kannattaisi muuttaa strategiaansa aiotusta, annettuna kaikkien muiden käyttämät strategiat.

(d) Kahden peräkkäisen markkinavoimaa omaavan myyjän tilanne, jossa yksi myy toiselle ja toinen eteenpäin (esim. kuluttajille), voi johtaa **kaksoismarginalisaatio**on, jossa molemmat lisäävät rajakustannusten päälle oman voittomarginaalinsa. Silloin eteenpäin myytävän tuotteen kuluttajahinta on korkeampi ja myyjien yhteenlaskettu voitto alempi, kuin jos myyjät maksimoisivat yhteisiä voittojaan.

II Toisen hinnan huutokaupassa kannattaa tarjota oman arvostuksensa verran, koska niin liioittelu kuin vähättelykin vain joko i) johtaa itselle huonompaan lopputulokseen tai ii) ei vaikuta ollenkaan siihen voittaako ja mihin hintaan.

Jos liioittelee, ja korkein muiden tekemistä tarjouksista on korkeampi kuin oma tarjous, ei liiottelulla ole vaikutusta, koska joku muu voittaa. Jos liioittelee, ja korkein muiden tarjouksista on oman arvostuksen ja liioitellun tarjouksen välissä, "voittaa" taulun mutta joutuu maksamaan yli oman arvostuksensa—eli tekee tappiota. Jos liioittelee, ja korkein muiden tekemistä tarjouksista on alle oman arvostuksen, ei liioittelulla ole vaikutusta, koska saa taulun samaan oman arvostuksen alittavaan hintaan kuin ilman liioitteluakin.

Jos vähättelee, ja korkein muiden tekemistä tarjouksista on matalampi kuin oma, ei vähettelyllä ole vaikutusta: saa taulun samaan hintaan kuin olisi saanut ilman vähättelyäkin. Jos vähättelee, ja korkein muiden tarjouksista on vähätellyn tarjouksen ja oman arvostuksen välissä, jää ilman taulua, kun tarjoamalla oman arvostuksensa verran olisi saanut taulun ja maksanut siitä alle oman arvostuksen. Jos vähättelee, ja korkein muiden tekemistä tarjouksista ylittää oman arvostuksen, ei vähättelyllä ole vaikutusta.

III (a) Pulloveden kysyntä on käänteismuodossa $P^d(Q) = 7 - Q/3$, jossa $Q = Q_A + Q_B$ on kokonaistuotanto. Koska pullottamot ovat samanlaisia, riittää että ratkaisemme niistä kumman tahansa strategian. Antti Oy:n strategia kertoo, mikä on sen paras vastaus eli sen voittoja maksimoiva tuotannon taso Q_A annettuna mikä tahansa Balle Ab:n tuotannon taso Q_B. Se saadaan selville määrittelemällä Antti Oy:n voittofunktio, ja etsimällä Q_A:n taso, joka maksimoi voittofunktion eli derivaatan nollakohta.

$$\begin{aligned}
\pi_A(Q_A, Q_B) &= P^d(Q_A + Q_B)Q_A - \mathrm{TC}(Q_A) \\
&= \big(7 - \frac{1}{3}(Q_A + Q_B)\big)Q_A - 10 - Q_A \\
&= -\frac{1}{3}Q_A^2 - \frac{1}{3}Q_A Q_B + 6Q_A - 10, \\
\frac{\partial \pi_A(Q_A, Q_B)}{\partial Q_A} &= 0 \Rightarrow -\frac{2}{3}Q_A - \frac{1}{3}Q_B + 6 = 0 \Rightarrow \\
Q_A &= 9 - \frac{Q_B}{2}.
\end{aligned}$$

Antti Oy:n paras vastaus tuotantoon Q_B on siis tuottaa $\mathrm{BR}(Q_B) = 9 - Q_B/2$ ja vastaavasti, yritysten samanlaisuuden perusteella, Balle Ab:n paras vastaus on saman muotoinen eli $\mathrm{BR}(Q_A) = 9 - Q_A/2$. Tasapainossa molemmat käyttävät samanaikaisesti parasta vastaustaan, joka on molemmille sama, eli $q = \mathrm{BR}(q)$, joten

$$q = 9 - \frac{q}{2} \Leftrightarrow 2q = 18 - q \Rightarrow q^* = 6.$$

Kumpikin yritys tuottaa siis 6 tuhatta litraa viikossa. Litrahinta on tällöin $p^* = P^d(2q^*) = 7 - 12/3 = 3$ euroa, ja molempien voitot ovat $\pi^* = p^*q^* - \mathrm{TC}(q^*) = 6 \cdot 3 - (10 + 6) = 2$ tuhatta euroa viikossa.

(b) Fuusioitunut yritys olisi monopoli. Monopolin optimi on sama kuin paras vastaus siihen, että toinen ei tuota mitään: $q^m = \mathrm{BR}(0) = 9 - 0/2 = 9$. Fuusioitunut yritys siis tuottaa 9 tuhatta litraa viikossa, myy hintaan $p^m = P^d(q^m) = 7 - 9/3 = 4$, ja saa voittoa $\pi^m = p^m q^m - \mathrm{TC}(q^m) = 9 \cdot 4 - (10 + 9) = 17$ tuhatta euroa viikossa.

(c) Samanlaisia yrityksiä tulee markkinoille, kunnes lisäyritys ajaisi voitot negatiivisiksi. Kohdasta IIIa tiedämme, että kahden yrityksen tapauksessa toimialan voitot ovat $2 \cdot 2 = 4$ tuhatta euroa. Mitä useampia yrityksiä markkinoilla on, sitä matalampi on hinta ja sitä matalammat ovat toimialan yhteenlasketut voitot. Kolmannen yrityksen pitäisi pystyä kattamaan 10 tuhannen euron kiinteä kustannuksensa kahdelta muulta yritykseltä "nappaamallaan" voitolla, mutta se ei riittäisi, vaikka kolmas yritys saisi ne kokonaan, koska yrityksen kiinteät kustannukset ovat suuremmat kuin koko toimialan voitot. Markkinoille mahtuu siis vain kaksi yritystä, joten mikään ei muutu kohdasta IIIa.

Lisähuomio. Tässä voisi myös ratkaista markkinatasapainon ja sitä kautta yksittäisen yrityksen voitot yritysten lukumäärän n funktiona; näin voisi (useiden välivaiheiden jälkeen) näyttää, että kyseinen voittofunktio on negatiivinen jo kohdassa $n = 3$.

IV (a) Yhden asiakastyypin tapauksessa kannattaa myydä tehokkaan kokoinen pakkaus, koska myyjä saa koko ylijäämän itselleen. Tehokas määrä tarkoittaa, että ostajan rajahyöty vastaa myyjän rajakustannusta: $p_2^d(q) = \mathrm{MC}$ eli $12–2q = 2$, eli $q^* = 5$ kg.

(b) Perheet ovat korkeimman arvostuksen asiakastyyppi, joten suuri pakkaus suunnitellaan heille tehokkaaksi. Kohdan IVa perusteella tiedetään, että suuri pakkaus on $q_2^* = 5$ kg. Pienen pakkauksen koko q_1 ratkaistaan voittojen maksimointiongelmasta, jossa reunaehtoina ovat se, että perheiden kannattaa ostaa iso pakkaus (eikä pientä), ja että sinkkujen kannattaa ostaa pieni pakkaus.

Määritellään avuksi asiakastyyppien kokonaishyödyt kulutetun määrän q funktiona. Tämä on sama kuin kuluttajan ylijäämä määrästä q, jos tuotteesta ei tarvitsisi maksaa mitään. Sinkkujen ja perheiden kokonaishyötyfunktiot ovat siis kysyntäkäyrän alle jäävien suunnikkaiden pinta-aloja:

$$B_1(q) = (p_1^d(0) + p_1^d(q))q/2 = (10 + (10 - 2q))q/2 = 10q - q^2,$$
$$B_2(q) = (p_2^d(0) + p_2^d(q))q/2 = (12 + (12 - 2q))q/2 = 12q - q^2.$$

Pienen pakkauksen hinta vastaa matalan arvostuksen tyyppien eli sinkkujen kokonaishyötyä, eli $p_1 = B_1(q_1)$. Jotta perheiden kannattaa ostaa iso pakkaus, saa se maksaa vain sen verran enemmän kuin pieni, että perheet arvostavat ison pakkauksen sisältämää lisämäärää hintaeron verran, eli $p_2 - p_1 = B_2(q_2^*) - B_2(q_1)$. Niinpä suuren pakkauksen optimaalinen hinta riippuu pienen pakkauksen koosta:

$$\begin{aligned} p_2(q_1) &= B_1(q_1) + B_2(5) - B_2(q_1) \\ &= 10q_1 - 10q_1^2 + 12 \cdot 5 - 5^2 - (12q_1 - 10q_1^2) \\ &= 35 - 2q_1. \end{aligned}$$

Koska perheitä ja sinkkuja on yhtä paljon, ja rajakustannus on vakio, voidaan hinnoittelun optimoinnin kannalta olettaa, että molempia on vaikkapa yksi. Voitot ovat

$$\begin{aligned} \pi(q_1) &= B_1(q_1) + p_2(q_1) - (q_1 + q_2^*)\mathrm{MC} \\ &= 10q_1 - q_1^2 + 35 - 2q_1 - (q_1 + 5)2 \\ &= -q_1^2 + 6q_1 + 25. \end{aligned}$$

Voittoja maksimoiva pienen pakkauksen koko löytyy derivaatan nollakohdasta:

$$\frac{\partial \pi(q_1)}{\partial q_1} = -2q_1 + 6 = 0 \Rightarrow q_1^* = 3.$$

Pienestä pakkauksesta kannattaa siis tehdä 3-kiloinen. Ison pakkauksen hinta on $p_2(3) = 35 - 2 \cdot 3 = 29$ ja pienen $p_1(3) = 10 \cdot 3 - 3^2 = 21$ euroa. Näiden hintojen vallitessa perheet ostavat ison pakkauksen ja maksavat guacamolesta $29/5 = 5.8$ €/kg, kun taas sinkut valitsevat pienen pakkauksen ja maksavat $21/3 = 7$ €/kg.

Lopuksi optimaalista määrä-alennusta täytyy vielä verrata vaihtoehtoon, jossa myydään vain isoa pakkausta korkean kysynnän tyyppien reservaatiohinnalla. Tällöin pakkauksen hinta olisi $B_2(q_2^*) = 12 \cdot 5 - 5^2 = 60 - 25 = 35$ ja kustannus $q_2^* \cdot \mathrm{MC} = 5 \cdot 2 = 10$ euroa, joten voitot olisivat 25 euroa. Kahden pakkauskoon strategia antaa voitoiksi $\pi(q_1^*) = -3^2 + 6 \cdot 3 + 25 = 34$ euroa, joten määrä-alennus on optimaalinen strategia.